MỤC LỤC

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

Đề Số 1

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2000 - 2001

Khóa ngày:

(Đề thi có 01 trang) Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

A.Lí thuết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1: Thế nào là phép khử mẫu của biểu thức lây căn. Viết công thức tổng quát.

Ap dụng tính : $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$.

Đề 2: Phát biểu và chứng minh định lí góc có đỉnh bên trong đường tròn.

B.Bài toán bắt buộc (8 điểm):

Bài 1(2, 5 điểm): Cho biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+\frac{3}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P biết $x=6-2\sqrt{5}$

c) Tìm các GT của n đề có x thoả mãn $P.(\sqrt{x}+1)>\sqrt{x}+n$.

Bài 2(2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô chạy trên sông trong $8h$, xuôi dòng $81km$ và ngược dòng $105km$. Một lân khác cũng chạy trên khúc sông đó , ca nô này chay trong 4 h, xuôi dòng $54km$ và ngược dòng $42km$. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vân tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bai3(3, 5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho $IA<IB$. Trên đoạn MI lấy điểm $E(E$ khác M và $I)$. Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác IEKB nội tiếp.

b) C/m tam giác AME, AKM đồng dạng và $AM^2 = AE \cdot AK$

c) $C/m: AE.AK + BI \cdot BA = 4R^2$

d) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.

………………………………………..HẾT…………………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề số 1 (2000-2001)

A.Lý thuyết

Câu 1. Thế nào là phép khử mẫu của biểu thức lấy căn. Viết công thức tổng quát.

Áp dụng tính: $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

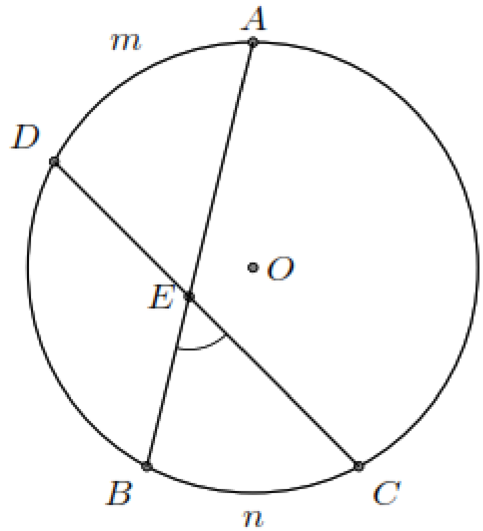
Phép khử mẫu của biểu thức lấy căn là phép toán đưa phân thức có căn ở mẫu thành phân thức mới bằng với nó nhưng không còn căn ở mẫu.

Áp dụng:

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=0.$$

Câu 2. Phát biểu và chứng minh định lí góc có đỉnh bên trong đường tròn. Lời giải.

Định lí: Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.



Chứng minh:

Nối B với D. Theo định lí góc nội tiếp ta có:

$\widehat{BDE} = \frac{1}{2} sd\,\overset{\frown}{BnC}, \quad \widehat{DBE} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AmD}.$

Mà $\widehat{BEC} = \widehat{BDE} + \widehat{DBE}$ (góc ngoài của tam giác).

Do đó, $\widehat{BEC} = \frac{1}{2}(\ sd\,\overset{\frown}{BnC} + sd\,\overset{\frown}{AmD})$

B.Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1(2,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P biết $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

c) Tìm các giá trị của n để có x thoả mãn $P \cdot (\sqrt{x}+1) > \sqrt{x} + n$.

Lời giải.

a) Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \neq 4$.

Ta có $P = \frac{\sqrt{x}-4+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} : \frac{x-4-x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = (4\sqrt{x}-4) : (-4) = 1 - \sqrt{x}$.

b) Với $x=6-2\sqrt{5}$ thì $P=1-\sqrt{6-2\sqrt{5}}=1-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}=1-(\sqrt{5}-1)=2-\sqrt{5}$.

c) Ta có $P\cdot(\sqrt{x}+1)>\sqrt{x}+n \Leftrightarrow (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})>\sqrt{x}+n \Leftrightarrow 1-x>\sqrt{x}+n$
$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x+\sqrt{x}+\frac{1}{4}<\frac{5}{4}-n \Leftrightarrow n<1$.

Câu 2(2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một ca nô chạy trên sông trong $8h$, xuôi dòng $81km$ và ngược dòng $105km$. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong $4h$, xuôi dòng $54km$ và ngược dòng $42km$. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Lời giải.

Gọi $x\,km/h$ và $y\,km/h$ lần lượt là vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô $(x>y>0)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{81}{x}+\frac{105}{y}=8\\ \frac{54}{x}+\frac{42}{y}=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{27}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{21}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=27\\ y=21\end{cases} \text{(thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc xuôi dòng là $27\,km/h$, vận tốc ngược dòng là $21\,km/h$.

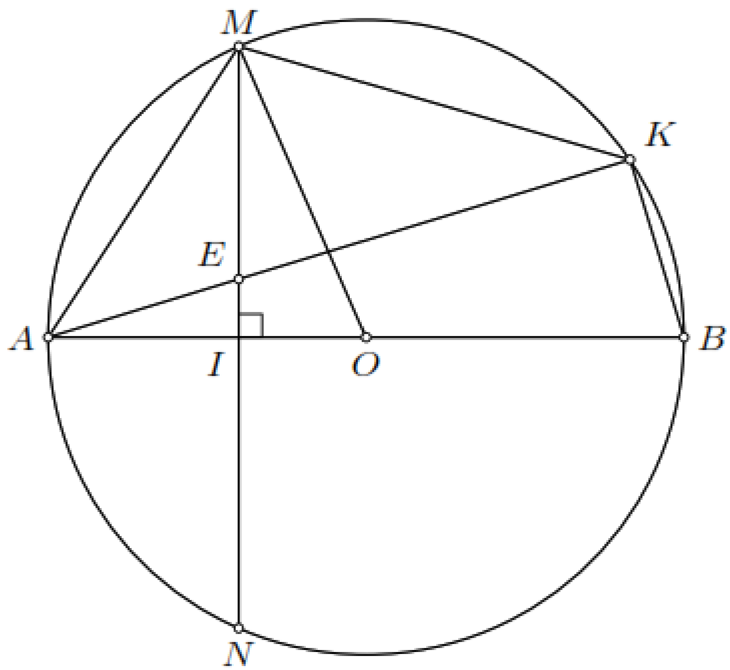
Câu 3(3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho $IA<IB$. Trên đoạn MI lấy điểm E(E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác $IEKB$ nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác AME và AKM đồng dạng và $AM^2=AE\cdot AK$.

c) Chứng minh: $AE\cdot AK+BI\cdot BA=4R^2$.

d) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.



Lời giải.

a) Vì AB là đường kính nên $\widehat{AKB}=90^\circ$.

Ta có $\widehat{EKB}=\widehat{EIB}=90^\circ$ nên tứ giác $IEKB$ nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{MAE}=\widehat{KAM}$ (do cùng chắn cung nhỏ $\overset{\frown}{MK}$).

$\widehat{EMA}=\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AN}$ $=\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AM}$ $=\widehat{MKA}$

Vậy $\Delta AME \backsim \Delta AKM$.

c) Từ $\Delta AME \backsim \Delta AKM$ suy ra

$\frac{AE}{AM}=\frac{AM}{AK} \quad \Leftrightarrow AE.AK=AM^2$

Tam giác AMB vuông tại M (do AB là đường kính) và MI là đường cao nên

$BI\cdot BA=MB^2$.

Khi đó, $AE\cdot AK+BI\cdot BA=AM^2+MB^2=AB^2=4R^2$.

d) Ta có $C_{MIO}=MI+IO+OM$.

Mà $OM=R$ không đổi nên C_{MIO} lớn nhất khi $MI+IO$ lớn nhất.

Ta có $(MI+IO)^2 \le 2\left(MI^2+IO^2\right)=2OM^2=2R^2$ suy ra $MI+IO \le \sqrt{2}R$.

Dấu "=" xảy ra khi $MI=IO=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Vậy chu vi tam giác MIO lớn nhất khi I nằm trên AB và cách O một khoảng bằng $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

………………………………………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 2

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2001 - 2002

Khóa ngày:

Môn thi: Toán Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

A.Lí thuyết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1: Phát biểu định nghĩa và nêu tính chất của hàm số bậc nhất.

Ap dụng: Cho hai hàm số bậc nhất $y=0,2x-7$ và $y=5$-6x

Hỏi hàm số nào đồng biến , hàm số nào nghịch biến , vì sao?

Đề 2: Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn.

B.Bài tập bắt buộc(8 điểm):

Bài 1(2, 5 điểm): Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-\dfrac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-4}{1-x}\right)$

a) Rút gọn P

b) Tìm các GT của x để $P<0$

c) Tìm GTNN của P

Bai2(2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một công nhân dự định làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định.Sau khi làm được $2h$ với năng xuất dự kiến , người đó đã cảI tiến cácthao tác nên đã tăng năng xuất được 2 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy đã hoàn thành 150 sản phẩm sóm hơn dự kiến 30 phút. Hãy tính năng xuất dự kiến ban đầu.

Bài3(3, 5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và một đường kính EF bất kì (E khác A,B). Tiếp tuyến tại B với đường tròn cắt các tia AE,AF lần lượt tại H,K. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt HK tại M.

a) Chứng minh tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật

b) Chứng minh tứ giác $EFKH$ nội tiếp đường tròn

c) Chứng minh AM là trung tuyến của tam giác AHK

d) Gọi P,Q là trung điểm tương ứng của HB,BK, xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác $EFQP$ có chu vi nhỏ nhất.

……………………………..HẾT……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

Đề Số 3

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2002 - 2003

Khóa ngày:

Môn thi: Toán Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

A- Lý thuyết (2đ) thí sinh chọn một trong 2 đề sau

Đề 1 , Phát biểu và viết dạng tổng quát của qui tắc khai phương một tích.

Áp dụng tính: $P=\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

Đề 2 . Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây lờn nhất của đường tròn.

B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Bài 1(2,5 đ)

Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\dfrac{8x}{4-x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a/ Rút gọn P.

b/ Tìm giá trị của x để $P=-1$.

c/ Tìm m để với mọi giá trị của $x>9$ ta có:

$m(\sqrt{x}-3)P>x+1$

Bài 2 (2đ). Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Bài $3(3,5d)$. Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI=\dfrac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho C không trùng với M,N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a/Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong đường tròn.

$b/$ Chứng minh ΔAME đồng dạng với ΔACM và $AM^2=AE\cdot AC$

c/ Chứng minh $AE.AC-AI.IB=AI^2$

d/Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

……………………………………………….HẾT……………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề số 3 (2002-2003)

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Phát biểu và viết dạng tổng quát của qui tắc khai phương một tích.

Áp dụng: $P=\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Qui tắc khai phương một tích: Muốn khai phương một tích của các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$.

Áp dụng:

$$P=\frac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3.$$

Đề 2: Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây lớn nhất của đường tròn.

Lời giải.

Định nghĩa đường tròn: Đường tròn tâm O bán kính R (với $R>0$) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R, kí hiệu $(O;R)$.

Chứng minh đường kính là dây lớn nhất của đường tròn:

Gọi AB là một dây bất kì của đường tròn $(O;R)$.

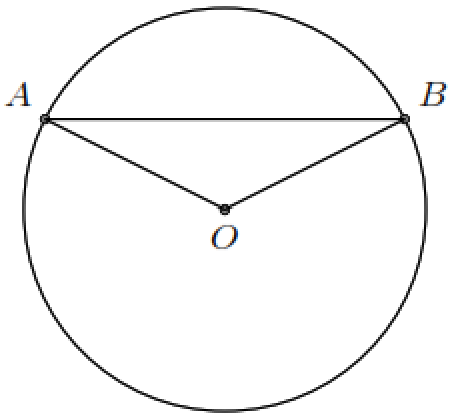
Nếu AB là đường kính thì $AB=2R$.

Nếu AB không là đường kính:

Xét tam giác AOB, có:

$AB<AO+OB=R+R=2R$.

Vậy ta có $AB\le 2R$ hay đường kính là dây lớn nhất của đường tròn.



B. Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị của x để $P=-1$.

c) Tìm m để với mọi giá trị của $x>9$ ta có: $m(\sqrt{x}-3)P>x+1$.

Lời giải.

a) ĐKXĐ: $x>0; x\neq 4$.

$$P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$$
$$=\frac{4\sqrt{x}(2-\sqrt{x})+8x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}:\frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$
$$=\frac{8\sqrt{x}+4x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}\cdot\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-\sqrt{x}+3}$$
$$=\frac{4\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}\cdot\frac{\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-3}$$

$$
\begin{aligned}
P & =\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right. \\
& =\frac{4\sqrt{x}(2-\sqrt{x})+8x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})} \\
& =\frac{8\sqrt{x}+4x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x}} \\
& =\frac{4\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x}} \\
& =\frac{4x}{\sqrt{x}-3}
\end{aligned}
$$

b) $P=-1 \Leftrightarrow \frac{4x}{\sqrt{x}-3}=-1 \Leftrightarrow 4x+\sqrt{x}-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-1 \\ \sqrt{x}=\frac{3}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{9}{16}$ (thỏa mãn).

Vậy $P=1$ khi và chỉ khi $x=\frac{9}{16}$.

c) Ta có

$$
\begin{aligned}
& m(\sqrt{x}-3)P>x+1 \forall x>9 \\
\Leftrightarrow\ & m(\sqrt{x}-3) \cdot \frac{4x}{\sqrt{x}-3}>x+1 \forall x>9 \\
\Leftrightarrow\ & 4mx>x+1 \forall x>9 \\
\Leftrightarrow\ & (4m-1)x>1 \forall x>9 \\
\Leftrightarrow\ & 4m-1>\frac{1}{x} \forall x>9 \\
\Leftrightarrow\ & 4m-1 \geq \frac{1}{9} \\
\Leftrightarrow\ & m \geq \frac{5}{18}.
\end{aligned}
$$

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?
Lời giải.
Gọi số sản phẩm được giao của tổ I và tổ II theo kế hoạch lần lượt là x và $y (0<x, y<600; x, y \in \mathbb{N})$.
Do hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm nên ta có phương trình

$$x+y=600$$

Do tổ I vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21% và hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm nên ta có phương trình

$$x(1+18\%)+y(1+21\%)=600+120 \Leftrightarrow 118x+121y=72000$$

Từ (5) và (6), ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=600 \\ 118x+121y=72000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=200 \text{ (thỏa mãn)} \\ y=400 \text{ (thỏa mãn).} \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, tổ I được giao 200 sản phẩm, tổ II được giao 400 sản phẩm.

Câu 3. Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI=\frac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho C không trùng với M,N và B. Nối AC cắt MN tại E.

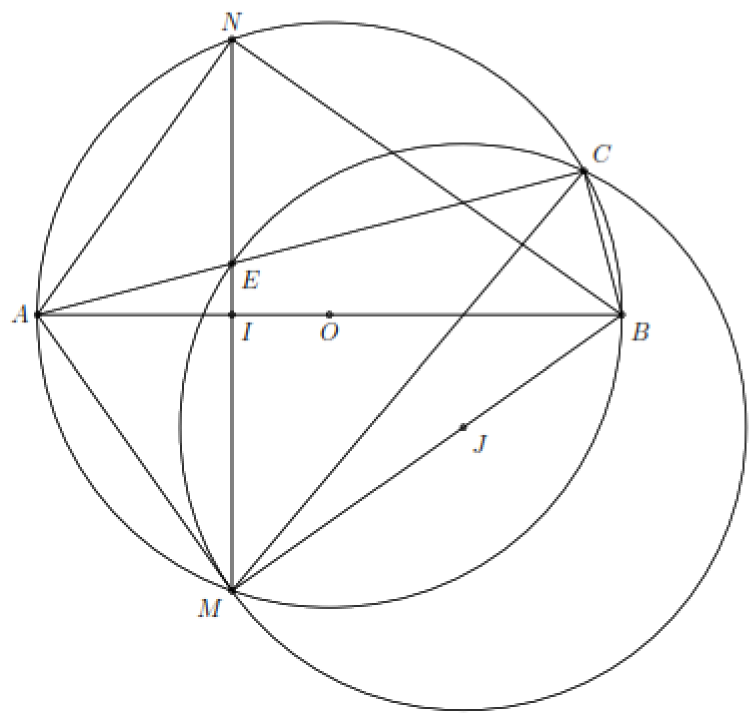
a) Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh ΔAME đồng dạng với ΔACM và $AM^2=AE\cdot AC$.

c) Chứng minh $AE\cdot AC-AI\cdot IB=AI^2$.

d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Lời giải



a) Do $MN \perp AB$ nên $\widehat{EIB} = 90°$.

$V1\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ACB} = 90°$.

Xét tứ giác $IECB$ có $\widehat{EIB} + \widehat{ECB} = 90° + 90° = 180°$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $IECB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì $IECB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AEI} = \widehat{IBC}$.

Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$).

Suy ra $\widehat{AEM} = \widehat{AMC}$.

Vậy $\Delta AME \sim \Delta ACM(g-g)$.

$$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE \cdot AC.$$

c) Xét tam giác AEI và tam giác ABC có:

$$\begin{cases} \hat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AIE} = \widehat{ACB} = 90° \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta AEI \sim \Delta ABC(g-g) \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AI}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AB \cdot AI.$$

$\Rightarrow AE \cdot AC - AI \cdot IB = AB \cdot AI - AI \cdot IB = AI(AB - IB) = AI^2$.

d) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME.

Vì $\Delta AEM \backsim \Delta AMC$ nên $\widehat{AME} = \widehat{ACM}$.

Suy ra AM là tiếp tuyến tại M của $(J) \Rightarrow JM \perp AM$.

Mà $\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nền $BM \perp AM$.

Vậy J luôn thuộc đường thẳng MB.

Do đó NJ nhỏ nhất khi và chỉ khi J trùng hình chiếu H của N trên MB hay khi C trùng với giao điểm của đường tròn $(H; HM)$ vơi (O).

………………………..HẾT……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI **KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2003 - 2004**

Đề Số 4

Khóa ngày:

(Đề thi có 01 trang) Môn thi: Toán Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

A-Lý thuyết(2 điểm). Thí sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1 . Định nghĩa phương trình bậc nhất hai ân số và nghiệm của nó. Hỏi tập nghiệm chung của 2 phương trình : $x+4y=3$ và $x-3y=-4$.

Đề 2. Phát biểu định lý góc có đỉnh ở bên ngoaễ đường trũn. Chứng minh định lý trong trường hợp hai cạnh của góc cắt đường trũn.

B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Bài 1: Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P khi $x=\frac{2}{2+\sqrt{3}}$

c) Tìm các GT của x thoả mãn $P\cdot\sqrt{x}=6\sqrt{x}-3-\sqrt{x-4}$

Bài 2: Giải bài toán bằng cách lâp phurong trình

Để hoàn thành một công việc, hai tố phải làm chung trong 6 h. Sau $2h$ làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong $10h$. Hỏi nếu mỗi tố làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài3:

Cho đường tròn $(O;R)$, đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A,B. Từ một điểm C trên d (C nằm ngoài đường tròn), kẻ hai tiếp tuyến CM,CN tới đường tròn (M,N thuộc O). Gọi H là trung điểm của AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

1) $C/m4$ điểm C,O,H,N thuộc một đường tròn

2) $C/m: KN\cdot KC=KH\cdot KO$

3) Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I, chứng minh I cách đều CM, CN, MN.

4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM, CN lần lượt tại E và F.Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhât.

..........................HẾT....................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2004 - 2005

Đề Số 5

Khóa ngày:

(Đề thi có 01 trang) Môn thi: Toán Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

A/ Lý thuyết (2đ): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Nêu điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa.

Áp dụng : Với giá trị nào của x thì $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Đề 2:Phát biểu và chứng minh định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

B. Bài tập bắt buộc $(8d)$

Bài 1 (2, 5đ) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right):\left(\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$

a/ Rút gon P.

b/ Tính giá trị của P khi $x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

c/ Tìm m để có x thỏa mãn $P=mx\sqrt{x}-2mx+1$

Bài 2 (2đ) giải bài toán bằng cách lập phương trình

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất đinh. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phâm. Vì vậy , chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phâm.Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu snr phẩm?

Bài 3(3,5 đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điêmt thứ 2 là H và K.

a/Cm tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp.

b/ cm góc ACM bằng góc KHM.

c/ cm các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

d)Giả sử $AC < AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

……………………………….HẾT………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề Số 5(2004-2005)

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Nêu điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa. Áp dụng: Với giá trị nào của x thì $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

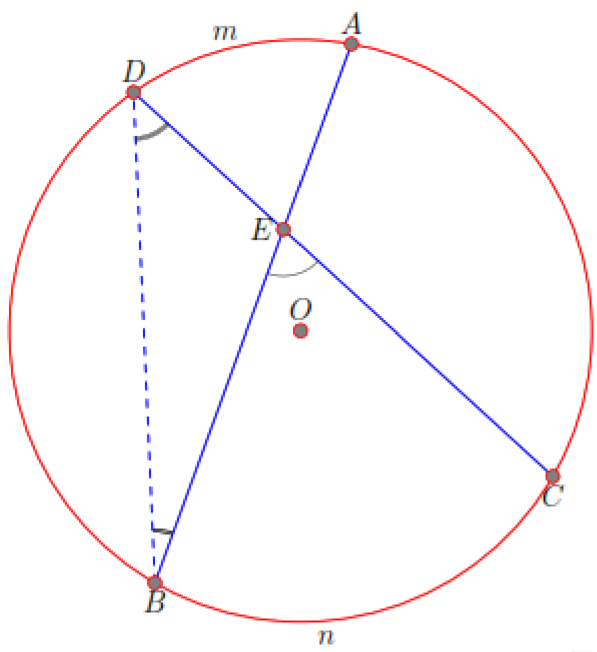
Lời giải.

- $\sqrt{A}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A \geq 0$.

- $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{2}$.

Đề 2: Phát biểu và chứng minh định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Lời giải.



- Định lí

Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

- Chứng minh

Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{EBD} + \widehat{BDE}$ (1) (tính chất góc ngoài của tam giác).

Theo tính chất góc nội tiếp ta có

$\widehat{EBD} = \frac{1}{2} sđ\,\widehat{AmD}$ (2)

$\widehat{BDC} = \frac{1}{2} sđ\,\widehat{BnC}$ (3)

Tì $(1),(2),(3)$ suy ra $\widehat{BEC} = \dfrac{sđ\widehat{AmD} + sđ\widehat{BnC}}{2}$.

B. Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right) : \left(\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

c) Tìm m để có x thỏa mãn $P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$.

Lời giải.

a) Điều kiện $x > 0, x \neq 4$.

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right) \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\right] : \left[\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)-x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\right] \\ &= \frac{\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} : \frac{-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{4-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-4} \\ &= \sqrt{x}-1 \end{aligned}$$

b) Khi $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, ta có

$$P=\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}-1=\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{4}}=\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{2}-1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}-1=\frac{\sqrt{5}-3}{2}.$$

c) Với điều kiện $x>0, x\neq 4$.
Để có x thỏa mãn $P=mx\sqrt{x}-2mx+1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=mx\sqrt{x}-2mx+1$ (1) có nghiệm. Ta có

$$\begin{aligned}(1) \Leftrightarrow mx(\sqrt{x}-2)+2-\sqrt{x}=0 \quad &\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(mx-1)=0\\ &\Leftrightarrow mx-1=0\ (2)(\text{ do } \sqrt{x}-2\neq 0)\end{aligned}$$

Xét phương trình (2)

- Nếu $m=0$, phương trình vồ nghiệm.
- Nếu $m\neq 0$, phương trình có nghiệm $x=\frac{1}{m},(m\neq 0)$.

  Để $x=\frac{1}{m}$ là nghiệm của (1) $\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{m}>0\\ \frac{1}{m}\neq 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ m\neq \frac{1}{4}\end{cases}$.

  Vậy điều kiện của m là $\begin{cases}m>0\\ m\neq \frac{1}{4}\end{cases}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỳ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi x là số sản phẩm người đó làm được mỗi giờ theo kế hoạch, điều kiện $x>0$.

Khi đó thời gian để hoành thành 60 sản phẩm là $\frac{60}{x}$ (giờ).

Thực tế số sản phẩm người đó làm trong mỗi giờ là $x+2$.

Do làm được nhiều hơn dự định 3 sản phẩm, và thời gian ít hơn 30 phút nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{63}{x+2}+\frac{1}{2}=\frac{60}{x} \quad &\Leftrightarrow 126x+(x+2)x=120(x+2)\\ &\Leftrightarrow x^2+8x-240=0\end{aligned}$$

Giải phương trình ta được $x=12$ (nhận) và $x=-20$ (loại).

Vậy số sản phẩm dự định làm trong mỗi giờ là 20 sản phẩm.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giưa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ 2 là H và K.

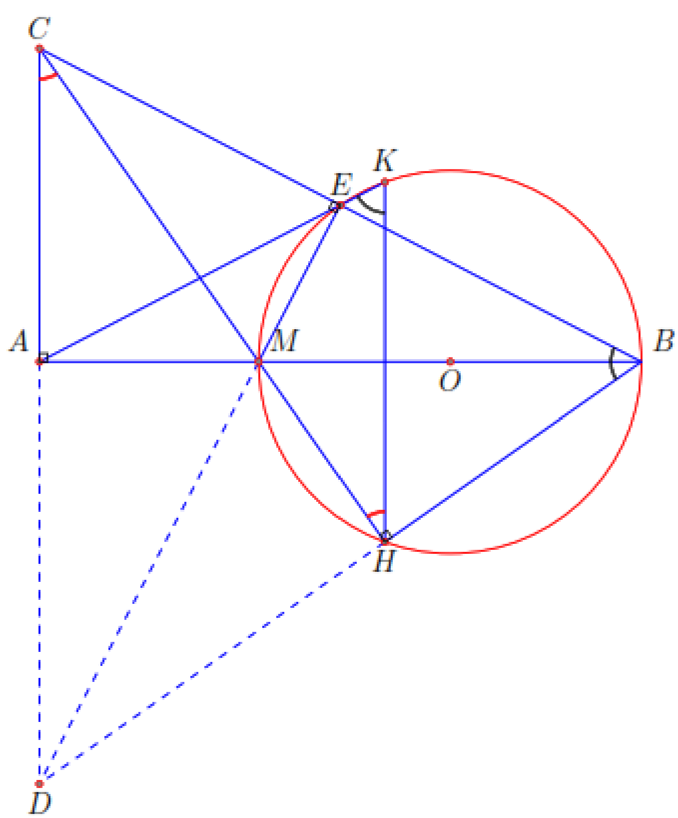
a) Chứng minh tứ giác $AMEC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh góc ACM bằng góc KHM.

c) Chứng minh các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

d) Giả sử $AC < AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $AMEC$ là tứ giác nội tiếp.

Do ΔABC vuông tại A nên $\widehat{CAB}=90^\circ$ hay $\widehat{CAM}=90^\circ$.

Do $\widehat{MEB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{MEC}=90^\circ$.

Vậy tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính .

b) Chứng minh góc ACM bằng góc KHM.

Nối B với H, xét ta có $\widehat{HBE}=\widehat{HKE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE).

Do tứ giác $AMEC$ nội tiếp, nên $\widehat{ECM}=\widehat{EAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EM).

Lai có $\widehat{HBE}+\widehat{HCB}=90^\circ$, suy ra $\widehat{AKH}+\widehat{KAM}=90^\circ \Rightarrow KH\perp AB$.

Mà $AC\perp AB$, suy ra $AC\square KH \Rightarrow \widehat{ACM}=\widehat{KHM}$ (hai góc ở vị trí so le trong).

c) Chứng minh các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

Gọi D là giao diểm của AC và $BH \Rightarrow CH, BA$ là hai đường cao của $\Delta BCD \Rightarrow M$ là trực tâm ΔBCD.

Lại có $ME\perp BC \Rightarrow ME$ là đường cao của $\Delta BCD \Rightarrow ME$ đi qua D, hay ba đường thẳng BH, ME, AC đồng quy.

d) Giả sử $AC<AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

Tứ giác $AHBC$ là hình thang cân $\Leftrightarrow MB=MC \Leftrightarrow \Delta MBC$ cân tại $M \Rightarrow E$ là trung điểm BC. Ta có $\Delta BEM \backsim \Delta BAC \Rightarrow \dfrac{BM}{BC}=\dfrac{BE}{BA} \Rightarrow BM=\dfrac{BE\cdot BC}{BA}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{BC^2}{BA}$.

Vậy điểm M thuộc đoạn AB thỏa mãn hệ thức $BM=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{BC^2}{BA}$ thì tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

..............................HẾT..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

Đề Số 6

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2006 - 2007

Khóa ngày:

Môn thi: Toán Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2.5 điểm). Cho biểu thức $P=\left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)}-\dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right]:\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm a để $\dfrac{1}{P}-\dfrac{\sqrt{a}+1}{8}\ge 1$.

Bài 2. (2.5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình Một cano xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài $80km$, sau đó lại ngược dòng đến điểm C cách bến $B72Km$, thời gian cano xuôi dòng it hơn thời gian ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của cano, biết vận tốc của dòng nước là $4km/h$.

Bài 3. (1 điểm). Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hàm số $y=2x+3$ và $y=x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Bài 4. (3 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R, C$ là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) CMR tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính tích AH.AK theo R.

c) Xác định vị trí của K để tổng $(KM+KN+KB)$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 5. (1 điểm). Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x+y=2$. CMR $x^2y^2\left(x^2+y^2\right)\le 2$.

……………………………………HẾT……………………

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 6 : 2006-2007

Câu 1. Cho biểu thức $P=\left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)}-\dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right]:\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm a để $\dfrac{1}{P}-\dfrac{\sqrt{a}+1}{8}\geq 1$.

Lời giải

a) Điều kiện xác định: $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

Ta có $P=\left[\frac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)}-\frac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right]:\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right)=\left[\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)}-\right.$ $\left.\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}\right]:\left(\frac{\sqrt{a}-1+\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}\right)=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)\cdot\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{2\sqrt{a}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{a}-1}\cdot\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{2\sqrt{a}}$$
$$=\frac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}}.$$

b) Ta có $\frac{1}{P}-\frac{\sqrt{a}+1}{8}\geq 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}+1}{8}\geq 1$

$$\Leftrightarrow 16\sqrt{a}-(\sqrt{a}+1)^2\geq 8(\sqrt{a}+1)$$
$$\Leftrightarrow a-6\sqrt{a}+9\leq 0$$
$$\Leftrightarrow (\sqrt{a}-3)^2\leq 0$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{a}-3=0$$
$\Leftrightarrow a=9$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $a=9$.

Câu 2. Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ A đến B dài $80\,km$, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến $B\,72\,km$. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là $4\,km/h$.

Lời giải.

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc riêng của ca nô (Điều kiện $x>4$).

Thời gian ca nô đi từ A đến B là $\dfrac{80}{x+4}$ và thời gian ca nô đi từ B đến C là $\dfrac{72}{x-4}$.

Vì thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút nên ta có phương trình

$$\frac{80}{x+4}+\frac{1}{4}=\frac{72}{x-4} \Leftrightarrow 320(x-4)+(x+4)(x-4)=288(x+4) \Leftrightarrow x^2+32x-2448=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=36 \\ x=-68 \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là $36\,km/h$

Câu 3. Tìm toạ độ giao điểm của A và B của đồ thị hàm số $y=2x+3$ và $y=x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = 2x + 3$ và $y = x^2$ là

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 3 \Rightarrow y = 9 \end{array}\right.$$

Suy ra $A(-1; 1)$ và $B(3; 9)$.

Vi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành nên ta có $D(-1; 0)$ và $C(3; 0)$. $ABCD$ là hình thang vuông tại C và D nên có diện tích là

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)\cdot CD}{2} = \frac{(1 + 9)\cdot 4}{2} = 20(\text{dvdt}).$$

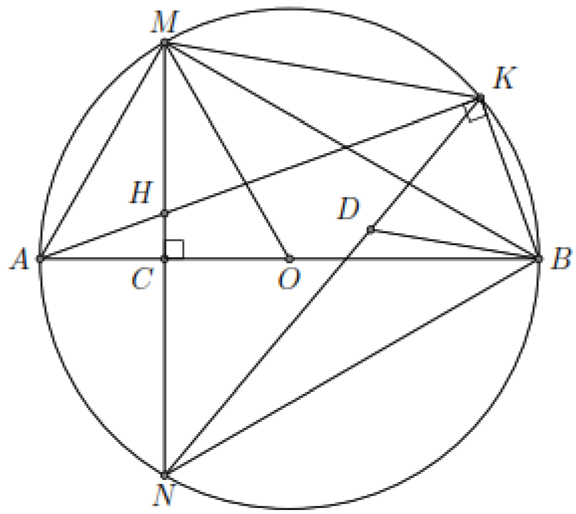
Câu 4. Cho đường tròn (O) có đường kính $AB=2R$, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tuỳ ý trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BM}, H$ là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp;

b) Tính tích $AH\cdot AK$ theo R;

c) Xác định vị trí của điểm K để tổng $(KM+KN+KB)$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Lời giải



a) Tứ giác $BCHK$ có $\widehat{BCH}=90^\circ$ (gt) và $\widehat{BKH}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Suy ra $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Hai tam giác ACH và AKB có $\widehat{ACH}=\widehat{AKB}=90^\circ$ và $\widehat{BAK}$ chung.

$\Rightarrow \Delta ACH \backsim \Delta AKB \Rightarrow \dfrac{AC}{AK}=\dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AH\cdot AK=AB\cdot AC=2R\cdot\dfrac{R}{2}=R^2$.

c) Trên đoạn KN lấy điểm D sao cho $KD=KB$.

Dễ thấy hai tam giác BMN và KBD là các tam giác đều.

Ta có $\widehat{BMK}=\widehat{BNK}$ (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung KB).

Ta lại có $\widehat{NBD}=\widehat{MKB}=120^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MBK}=\widehat{BND}$ (tổng các góc trong của một tam giác bằng 180°).

Hai tam giác MBK và NBD có $BN=BM, \widehat{MBK}=\widehat{BND}, BK=BD$.

$\Rightarrow\Delta\, MBK=\Delta\, NBD(\mathrm{c-g-c}) \Rightarrow MK=ND.$

Do đó, ta có $KM+KN+KB=DN+DK+KN=2KN$.
Suy ra tổng $(KM+KN+KB)$ đạt giá trị lớn nhất khi KN đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow KN$ là đường kính.
Vậy tổng $(KM+KN+KB)$ đạt giá trị lớn nhất là $4R$ khi K là điểm đối xứng của N qua O hay K là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Câu 5. Cho hai số dương x,y thoả mãn điều kiện $x+y=2$. Chứng minh :
$x^2y^2\left(x^2+y^2\right)\le 2$.

Lời giải.

Ta có

$$x^2y^2\left(x^2+y^2\right)=\frac{1}{2}xy\left[2xy\left(x^2+y^2\right)\right]\le\frac{1}{2}xy\left(\frac{x^2+2xy+y^2}{2}\right)^2=2xy\le 2\left(\frac{x+y}{2}\right)^2=2.$$

......................................HẾT...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI	KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2007 - 2008
Đề Số 7	Khóa ngày:
(Đề thi có 01 trang)	Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2.5 điểm). Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm x để $P<\frac{1}{2}$

Bài 2. (2.5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phuoong trình hoăc hệ phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $24km$. Khi từ B về A, người đó tăng vận tốc thêm $4km/h$ so với lúc đí, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 3. (1 điểm). Cho phương trình $x^2+bx+c=0$.

a) Giải phương trình khi $b=-3, c=2$.

b) Tìm b,c để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt và tích của chúng bằng 1 .

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên d lấy điểm H không trùng với A và $AH<R$. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d, đường thẳng này cắt đường tròn tại hai điểm E và B (E nằm giữa B và H).

a) CMR góc ABE bằng góc EAH và tam giác ABH đồng dạng với tam giác EAH.

b) Lấy điểm C trên d sao cho H là trung điểm của đoạn AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. CMR tứ giác $AHEK$ là tứ giác nội tiếp.

c) Xác định vị trí của H để $AB = R\sqrt{3}$.

Bài 5. (0.5 điểm). Cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + 2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc độ đến đường thẳng đó là lớn nhất.

……………………………..HẾT……………………….……………

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 7 : 2007-2008

Câu 1. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Điều kiện $0 \leq x \neq 1$.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 6\sqrt{x} + 4}{x-1} \\ &= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b) Để $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-1) \leq \sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 9$. Kết hợp diều kiện ta được $0 \leq x < 9$ và $x \neq 1$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $24km$. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm $4km/h$ so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi vận tốc lúc đi là $x(km/h), x > 0$.

Khi đó, vận tốc lúc về là $x+4(km/h)$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{24}{x}-\frac{24}{x+4}=\frac{1}{2}$.

Phương trình tương dương với $x^2+4x-192=0$.

Giải ra ta được $x=12$ và $x=-16$ (loại).

Vậy, vận tốc người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $12km/h$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2+bx+c=0$.

a) Giải phương trình khi $b=-3,c=2$.

b) Tìm b,c để phương trình có hai nghệm phân biệt và tích bằng 1 .

Lời giải

a) Khi $b=-3,c=2$ ta có tổng các hệ số $a+b+c=0$ nền phương trình có hai nghiệm $x_1=1,x_2=2$.
b) Phương trình có hai nghệm phân biệt và tích bằng 1 khi

$$\begin{cases}\Delta>0\\ P=\frac{c}{a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2-4c>0\\ c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b>2 \text{ hoặc } b<-2\\ c=1\end{cases}$$

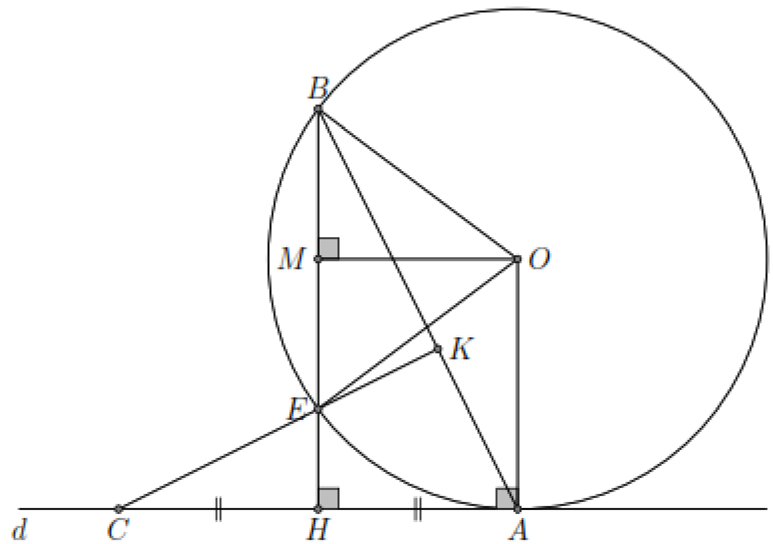
Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên đường thẳng d lấy điểm H (H khác A) và $AH<R$. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt $E,B(E$ nằm giưaa B và $H)$.

a) Chứng minh $\widehat{ABE}=\widehat{EAH}$ và $\Delta ABH\sim\Delta EAH$.

b) Lấy điểm C trên đường thẳng d sao cho H là trung điểm của AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. Chứng minh tứ giác $AHEK$ nội tiếp.

c) Xác định vị trí của điểm H để $AB=R\sqrt{3}$.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{ABE} = \widehat{EAH}$ (cùng chắn cung AE).

$\triangle ABH$ và $\triangle EAH$ là hai tam giác vuông góc có $\widehat{ABE} = \widehat{EAH}$ nên $\triangle ABH \backsim \triangle EAH$.

b) Vị H là trung điểm của AC và $EH \perp AC$ nên $\triangle AEC$ cân tại E.

Suy ra $\widehat{ECA} = \widehat{EAC} = \widehat{ABH}$.

Mà $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90°$.

$$\Rightarrow \widehat{ECA} + \widehat{BAH} = 90°.$$
$$\Rightarrow \widehat{EKA} = 90°.$$

Tứ giác $AHEK$ có $\widehat{EHA} + \widehat{EKA} = 180°$ nên là tứ giác nội tiếp.

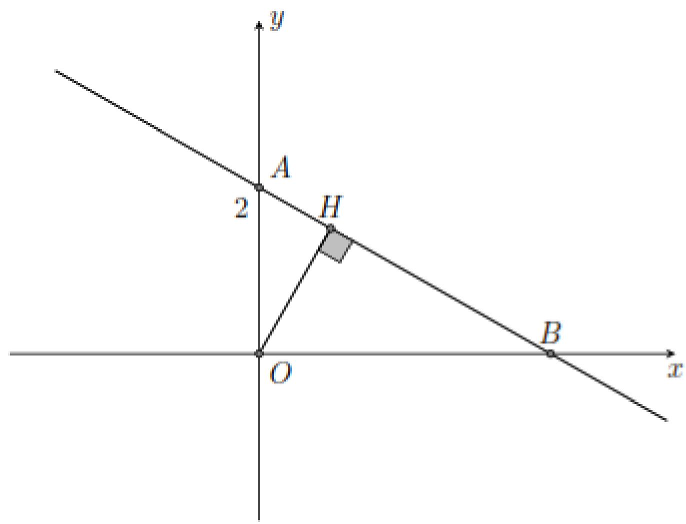
c) Gọi M là trung diểm của EB thì $OM \perp EB$ và $OM = AH$.

Ta có $AB = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AOB} = 120° \Rightarrow \widehat{BOM} = 30° \Rightarrow \triangle OBE$ đều cạnh R.

Vậy $OM = AH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5. Cho đường thẳng $y=(m-1)x+2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc toạ độ O tới đường thẳng đó lớn nhất.

Lời giải.



Dễ thấy $A(0;2)$ là điểm cố định của đường thẳng. Gọi B là giao điểm của đường thẳng với trục hoành. Trong tam giác vuông OAB kẻ $OH \perp AB, H \in AB$ thì OH chính là khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng. VOH, OA lần lượt là đường vuông góc và đường xiên kẻ từ O đến AB nên $OH \leq OA$.

Do đó, khoảng cách từ O đến đường thẳng lớn nhất khi H trùng với A, nghĩa là đường thẳng đi qua A và song song với trục hoành.

Suy ra $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$.

…………………………………..HẾT………………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 8

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2008 - 2009

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2.5 điểm). Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x=4$.

c) Tìm x để $P=\frac{13}{3}$

Bài 2. (2.5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoạcc hẹ phương trình: Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 15% và tổ II sản xuất vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 3. (1 điểm). Cho (P) : $y=\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y=mx+1$.

a) CMR với mọi giá trị của m, đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi A,B là hai giao điểm của d và (P). Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ)

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn (O) có đường kính $AB=2R$ và E là điểm bất kỳ trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

a) CMR tam giác KAF đồng dạng với tam giác KEA.

b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

$c)CMR MN // AB$, trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE,BE với đường tròn (I).

d) Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK ; Q là giao điểm của MF và BK.

Bài 5. (1 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=(x-1)^4+(x-3)^4+6(x-1)^2(x-3)^2$.

……………………………HẾT………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 8 : 2008-2009

Câu 1. Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x = 4$.

c) Tìm giá trị của x để $P = \frac{13}{3}$.

Lời giãi.

a) Điều kiện xác định của biểu thức P là $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1+x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

b) Khi $x = 4$ ta được $P = \frac{4+\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} = \frac{4+2+1}{2} = \frac{7}{2}$.

c) Với điều kiện $x > 0$ và khi $P = \frac{13}{3}$ ta được phương trình

$$\begin{aligned} \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{13}{3} \quad &\Leftrightarrow 3x + 3\sqrt{x} + 3 = 13\sqrt{x} \Leftrightarrow 3x - 10\sqrt{x} + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x - 9\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}-3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)(3\sqrt{x}-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}-3=0 \\ 3\sqrt{x}-1=0 \end{array}\right. \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=3 \\ \sqrt{x}=\dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=\dfrac{1}{9} \end{array}\right. \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện $x > 0$ ta nhận $x = 9$ và $x = \frac{1}{9}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phuơng trình, hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vây hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏ tháng thứ nhất mõi tổ sản xuất được bao nhiêu chì tiết máy?

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là số chi tiết máy mà tổ I, tổ II sản xuất được trong tháng thứ nhất.

Điều kiện $\begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^* \\ x < 900 \\ y < 900. \end{cases}$

Vì tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy nên ta có phương trình

$$x + y = 900.$$

Vì tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất và hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy nên ta có

$$1{,}15x + 1{,}1y = 1010 \Leftrightarrow 23x + 22y = 20200$$

Từ (5) và (6) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 23x + 22y = 20200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 23x + 23y = 20700 \\ 23x + 22y = 20200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$$

Vậy trong tháng thứ nhất tổ I sản suất được 400 chi tiết máy và tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

Câu 3. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 1$, với m là tham số.

a) Chứng minh với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Tính diện tích tam giác AOB theo m (O là gốc toạ độ).

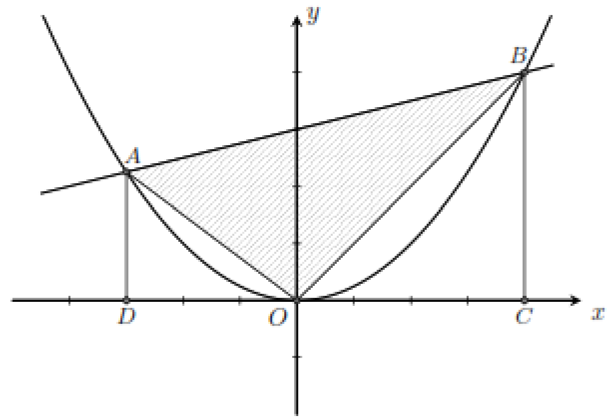
Lời giải

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$\frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4 = 0.$$

Phương trình () *có* $\Delta' = (-2m)^2 - 1 \cdot (-4) = 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m thuộc $\mathbb{R}$.
Vậy phương trình () luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Do đó đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

b) Phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu nên đồ thị hai hàm số có dạng như hình vẽ bên.



Gọi giao điểm của (d) và (P) là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ và $x_1 < 0 < x_2$.

Gọi hình chiếu vuông góc của B, A lên trục Ox lần lượt là C, D.
Ta có

$$\begin{aligned}
OC &= |x_2| = x_2 \\
OD &= |x_1| = -x_1 \\
CD &= OC + OD = x_2 - x_1 \\
BC &= |y_2| = \frac{1}{4}x_2^2; \\
AD &= |y_1| = \frac{1}{4}x_1^2
\end{aligned}$$

Diện tích của tam giác OAB là

$$\begin{aligned}
S_{OAB} &= S_{ABCD} - S_{OBC} - S_{OAD} = \frac{(AD + BC)CD}{2} - \frac{1}{2}OC \cdot BC - \frac{1}{2}OD \cdot AD \\
&= \frac{\left(\frac{1}{4}x_2^2 + \frac{1}{4}x_1^2\right)(x_2 - x_1)}{2} - \frac{1}{2}x_2 \cdot \frac{1}{4}x_2^2 - \frac{1}{2}(-x_1) \cdot \frac{1}{4}x_1^2 \\
&= \frac{1}{8}(x_2^2 + x_1^2)(x_2 - x_1) - \frac{1}{8}x_2^3 + \frac{1}{8}x_1^3 = \frac{1}{8}x_1^2x_2 - \frac{1}{8}x_2^2x_1 = \frac{1}{8}x_1x_2(x_1 - x_2)
\end{aligned}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình (*) ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m \\ x_1x_2 = -4 \end{cases}$$

Khi đó $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 + 16 = 16(m^2 + 1)$.
Suy ra

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{16(m^2+1)} = 4\sqrt{m^2+1}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 - x_2 = -4\sqrt{m^2+1}\ (\text{vì } x_1 < x_2).$$

Do đó $S_{O.AB} = \frac{1}{8} \cdot (-4) \cdot \left(-4\sqrt{m^2+1}\right) = 2\sqrt{m^2+1}$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và E là điểm bất kì trên đường trồn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc $\widehat{AEB}$ cắt đoạn AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

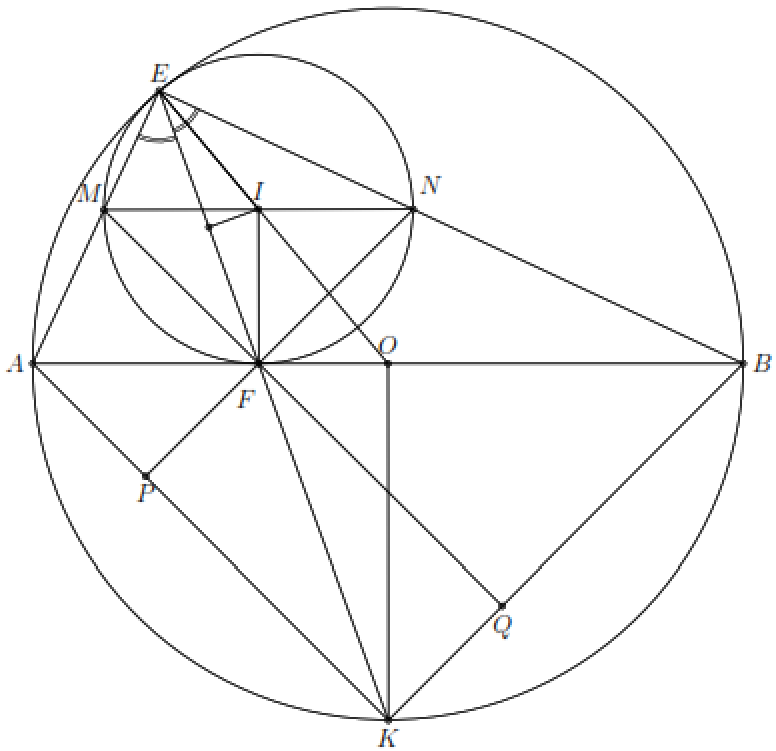
a) Chứng minh $\Delta KAF \sim \Delta KEA$.

b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF và OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc vơi đường thẳng AB tại F.

c) Chứng minh $MN // AB$, trong đó M, N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE vơi đường tròn (I).

d) Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trền đường tròn (O) với P là giao điểm của NF và AK, Q là giao điểm của MF và BK.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{AEK}=\widehat{BEK}$ (vì $\widehat{EK}$ là tia phân giác của góc $\widehat{AEB}$).
Lại có $\widehat{BAK}=\widehat{BEK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BK}$) nên $\widehat{BAK}=\widehat{AEK}$.
Xét hai tam giác KAF và KEA có

$$\widehat{AKF}=\widehat{AKE}(\text{ góc chung})$$
$$\widehat{KAF}=\widehat{KEA}(\text{ chúmg minh trên})$$

Vạy $\triangle KAF\sim\triangle KEA(\mathrm{g}-\mathrm{g})$.
b) Ta có O,I,E thẳng hàng và $OI=OE-EI$ nên đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E.
Tam giác IEF có $IE=IF$ nên nó cân tại I.
Tam giác OEK có $OE=OK$ nên nó cân tại O.
Suy ra $\widehat{IFE}=\widehat{OKE}$ (cùng bằng góc $\widehat{OEK}$).
Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $IF//OK$.
Vì EK là tia phân giác của góc $\widehat{AEB}$ nên $\widehat{AK}=\widehat{BK}$, suy ra $AK=BK$. Vì vậy tam giác ABK vuông cân tại K. Cho nên $OK\perp AB$.
Ta có $IF//OK$ và $OK\perp AB$ nên $AB\perp IF$.
Mà IF là một bán kính của đường tròn (I,IE) nên đường tròn (I,IE) tiếp xúc vơi đường thẳng AB tại F.
c) Ta có $\widehat{MEN}=\widehat{AEB}=90^{\circ}$ nên MN là đường kính của đường tròn (I,IE). Khi đó tam

giác EIN cân tại I. Cho nên $\widehat{INE} = \widehat{IEN}$.
Lại có tam giác OEB cân tại O nên $\widehat{OBE} = \widehat{OEB}$.
Suy ra $\widehat{\Gamma NE} = \widehat{OBE}$ hay $\widehat{MNE} = \widehat{ABE}$.
Mà hai góc $\widehat{MNE}$ và $\widehat{ABE}$ ở vị trí đồng vị nên $MN//AB$.

d) Ta có $\widehat{MFN} = 90°$ nên $\widehat{PFQ} = 90°$.
Ta cũng có $\widehat{AKB} = 90°$.
Trong đường tròn (O) ta có

$$\widehat{KAB} = \widehat{KEB}.$$

Trong đường tròn (I) ta có

$$\widehat{AFM} = \widehat{FNM} = \widehat{FEM} = \widehat{FEN} = \widehat{KEB}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KAB} = \widehat{AFM}$.
Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $MQ//AK$. Do đó $MQ \perp BK$ hay $\widehat{FQK} = 90°$.
Xét tứ giác $PFQK$ có $\widehat{PFQ} = \widehat{FQK} = \widehat{PKQ} = 90°$ nên tứ giác $PFQK$ là hình chữ nhật.
Xét tam giác BFQ vuông tại Q có

$$\widehat{QBF} = \widehat{FEM} = \widehat{AFM} = \widehat{QFB}.$$

Suy ra tam giác BFQ vuông cân tại Q.
Chu vi KPQ bằng

$$\begin{aligned} KP + PQ + KQ &= FQ + PQ + KQ = QB + FK + QK \\ &= QB + QK + FK = BK + FK \end{aligned}$$

Ta luôn có $\widehat{AK} = \widehat{BK}$ (đã chứng minh ở phần trên) nên K là điểm chính giữa của cung $\widehat{AB}$.
Vì O cố định, K cố định và $FK \geq OK$ (quan hệ đường vuông góc, đường xiên) nên chu vi tam giác KPQ nhỏ nhất khi $F \equiv O$ khi đó E là điểm chính giữa của cung $\widehat{AB}$.
Như vậy chu vi nhỏ nhất của tam giác KPQ là

$$BK + OK = \sqrt{OB^2 + OK^2} + OK = R\sqrt{2} + R = R(\sqrt{2} + 1).$$

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2.$$

Lời giải.

Đặt $a = x - 2$. Khi đó $x - 1 = a + 1$ và $x - 3 = a - 1$.
Ta có

$$\begin{aligned} P &= (a+1)^4 + (a-1)^4 + 6(a+1)^2(a-1)^2 \\ &= a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1 + a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 + 6(a^2-1)^2 \\ &= 8a^4 + 8 \geq 8 \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = 0$ hay $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 8 khi $x = 2$.

.....................................HẾT...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 9

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2009 - 2010

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2.5 điểm). Cho $A = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2}; x \geq 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A khi $x = 25$

c) Tìm x để $A = -\dfrac{1}{3}$.

Bài 2. (2.5 điểm). Giải bài toán bằng cách lạp phurơng trình hoăc hệ phuoong trình Hai tổ sản xuất cùng 1 loại áo. Nếu tổ I may trong 3 ngày và tổ II may trong 5 ngày thì cả hai tổ sản xuất đc 1310 áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ II là 10 áo. Hỏi mỗi ngày, mỗi tổ may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 3. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$.

a) Giải phương trình đã cho khi $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài (O). Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a) CMR tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Gọi E là giao điểm BC và OA. $CMRBE$ vuông góc với OA và $OE\cdot OA=R^2$.

c) Trên cung nhỏ BC của (O), lấy điểm K bất kỳ (K khác B và khác C). Tiếp tuyến tại K của (O) cắt AB, AC theo thứ tự tại P, Q. CMR tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

d) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA, cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N. CMR $PM+QN\ge MN$.

Bài 5. $($0.5 điểm). Giải phương trình $\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$.

………………………HẾT…………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 9: 2009-2010

Câu 1. Cho biểu thức $A=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$(với $x\ne 4, x\ge 0$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

c) Tìm giá trị của x để $A=\frac{-1}{3}$.

Lời giải.

a) $A=\frac{x+(\sqrt{x}+2)+(\sqrt{x}-2)}{x-4}=\frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Với $x=25\Rightarrow A=\frac{5}{3}$.

c) $A=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow 3\sqrt{x}=-\sqrt{x}+2\Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$ (thỏa mãn).

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tồ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo, hỏi mỗi tồ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Lời giải.

Gọi số áo tổ 2 may được trong một ngày là $x\left(x \in \mathbb{N}^*\right.$, áo).

Số áo tồ 1 may được trong một ngày là $x+10$ (áo).

Trong 3 ngày tổ thứ nhất may được $3(x+10)$ (áo).

Trong 5 ngày tồ thử hai may được $5x$ (áo).

Tổ 1 may trong 3 ngày và tổ 2 may trong 5 ngày được 1310 chiếc áo nên ta có phương trình

$3(x+10)+5x=1310 \Leftrightarrow 8x=1280 \Leftrightarrow x=160$ (thỏa mãn).

Vạy mời ngày tồ 1 may được $160+10=170$ chiếc áo.

Mỗi ngày tồ 2 may được 160 chiếc áo.

Câu 3 .Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (1).

a) Giải phương trình khi $m=1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$
.

Lời giải.

a) Khi $m=1$ ta có phương trình $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

b) Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là $\Delta'>0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2-\left(m^2+2\right)>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}$.

Áp dụng Viet ta có $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1x_2=m^2+2 \end{array}\right.$.

Ta có $x_1^2+x_2^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10 \Leftrightarrow 4(m+1)^2-2(m^2+2)=10$

$\Leftrightarrow m^2+4m-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \text{ (th?a mãn)} \\ m=-5 \text{ (lo?i).} \end{array}\right.$ Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

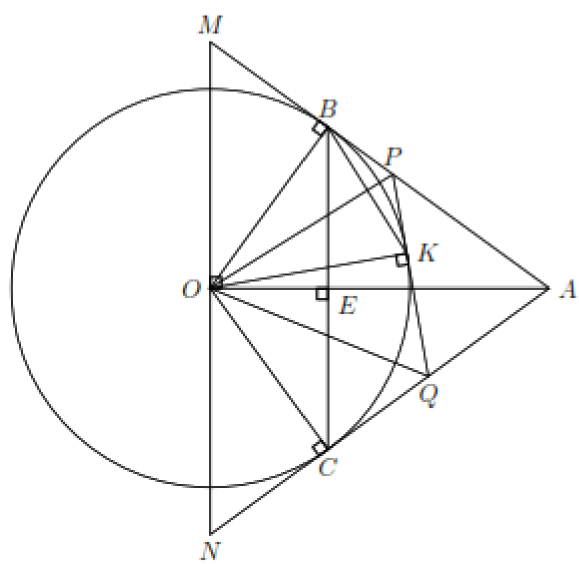
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE \cdot OA = R^2$.

c) Treen cung nhỏ BC lấy điểm K bất kỳ (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đường tròn $(O;R)$ cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có diện tích không đổi khi K chuyển động trền cung nhō BC.

d) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh $PM + QN \geq MN$.

Lời giải



a) Vì AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AB \perp OB, AC \perp OC \Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì $AB = AC$ (tính chất tiếp tuyến) và $OB = OC \Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC $\Rightarrow BC \perp OA$ tại E.

Xét tam giác OBA có $\widehat{OBA} = 90^\circ$ và đường cao $BE \Rightarrow OE \cdot OA = OB^2 = R^2$.

c) Vì PK, PB là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại P nên $PK = PB$. Tương tự, $QK = QC$. Ta có $AP + PQ + QA = AP + PB + AQ + QC = AB + AC$ (không đổi).

d) Vì ABC là tam giác cân tại A và $MN // BC \Rightarrow AMN$ cũng là tam giác cân tại A $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANB} \Rightarrow \widehat{MAN} + 2\widehat{AMN} = 180°$.

Vì $ABOC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAC} + \widehat{BOC} = 180°$. Mà $\widehat{BOC} = 2\widehat{POQ} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{POQ}$.

Xét tam giác POM có $\widehat{PON} = \widehat{PMO} + \widehat{OPM} = \widehat{POQ} + \widehat{QON} \Rightarrow \widehat{QON} = \widehat{OPM}$. Ta có $\Delta OMP \backsim \Delta QNO (g-g) \Rightarrow \dfrac{OM}{QN} = \dfrac{PM}{ON} \Rightarrow PM \cdot QN = OM^2$. Áp dụng bất đẳng thức Cōsi, ta có $PM + QN \geq 2\sqrt{PM} \cdot QN = 2OM = MN$.

Câu 5 . Giải phương trình $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$. Lời giải.

$$\sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{2}[x^2(2x + 1) + (2x + 1)]$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \left|x + \frac{1}{2}\right|} = \left(x + \frac{1}{2}\right)(x^2 + 1).$$

Nhận xét: để phương trình có nghiệm thì $x \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó ta có

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \left(x + \frac{1}{2}\right)} = \left(x + \frac{1}{2}\right)(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = \left(x + \frac{1}{2}\right)(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right) = \left(x + \frac{1}{2}\right)(x^2 + 1) \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)x^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy thỏa mãn.
- Với $x = -\frac{1}{2}$ thay vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

  Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$.

……………………………………HẾT……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 10

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010 - 2011

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2.5 điểm). Cho $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}; x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{3}$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của P

Bài 2. (2.5 điểm). Giải bài toán bằng cách lapp phương trình hoăc hệ phương trình

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Bài 3. (1 điểm). Cho $(P): y = -x^2; d: y = mx - 1$.

a) CMR với mọi giá trị của m, d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của d và (P). Tìm m để $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là một điểm thuộc $(O)(C$ khác A, C khác $B)$. Lấy điểm D thuộc dây cung $BC(D$ khác B, D khác C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E, tia AC cắt tia BE tại F.

a) CMR tứ giác FCDE là tứ giác nội tiếp.

b) CMR DA.DE = DB.DC

c) CMR góc CFD bằng góc OCB. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE, CMRIC$ là tiếp tuyến của (O).

d) Cho biết $DF = R, CMR \tan \widehat{AFB} = 2$.

Bài 5. (0.5 điểm). Giải phương trình $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7}$.

………………………HẾT……………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 10: 2010-2011

Câu 1. Cho $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}, (x \geq 0 \text{ và } x \neq 9)$.

a) Rút gon P.

b) Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{3}$.

c) Tìm GTLN của P.

Lời giải

a)

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$
$$P=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-(3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$
$$P=\frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$
$$P=\frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$
$$P=\frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$
$$P=\frac{3}{\sqrt{x}+3}.$$

b)$P=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{3}{\sqrt{x}+3}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\sqrt{x}+3=9\Leftrightarrow\sqrt{x}=6\Leftrightarrow x=36$

c)Ta có $x\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}+3\geq 3\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{x}+3}\leq\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{3}{\sqrt{x}+3}\leq 1\Leftrightarrow P\leq 1.$

Vậy $P_{\max}=1$, dấu bằng xảy ra khi $x=0$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:
Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.
Lời giải.
Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là $x(\mathrm{~m})(3<x<13)$.
Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m nên chiều dài hình chữ nhật là $x+7(\mathrm{~m})$.
Theo đề, ta có phương trình: $x^2+(x+7)^2=13^2$

$$\Leftrightarrow 2x^2+14x-120=0\Leftrightarrow x^2+7x-60=0.$$

$\Delta=289>0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$x_1=5(\text{ thõa mãn điều kiện})$$
$$x_2=-12(\text{ loại})$$

Vạy chiều rộng của hình chữ nhạt là 5 m; chiều dài là 12 m.

Câu 3. Cho Parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-1$.

a) Chứng minh rằng với mọi m thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
b) Gọi x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $x_1^2x_2+x_2^2x_1-x_1x_2=3$.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$.

Ta có $\Delta = m^2 + 4 > 0 \forall m$, suy ra phương trình () *luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi* m.

Vậy d luôn cắt (P) tại hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Phương trình () luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$ Ta có $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow$ $x_1 x_2 (x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 3$.

Thay $(**)$ vào $(***)$ ta có $-1.(-m) - (-1) = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

$(***)$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). D thuộc dây BC(D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E, tia AC cắt BE tại F.

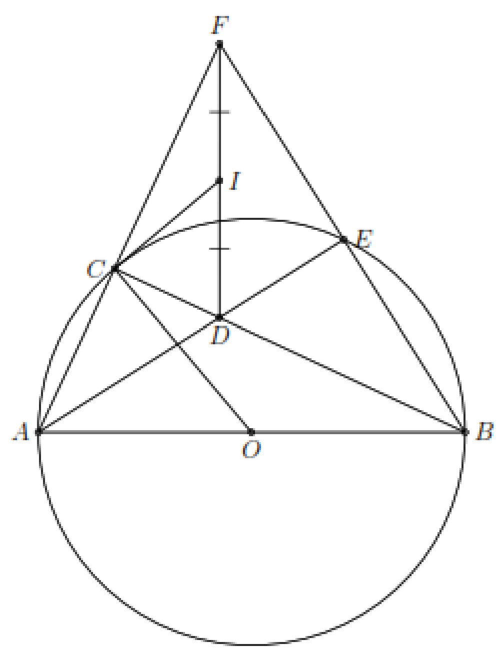
a) Chứng minh tứ giác $FCDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $D.A \cdot DE = DB \cdot DC$.

c) Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Cho biết $DF = R$, chứng minh $\tan \widehat{AFB} = 2$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra $\widehat{DCF} = 90°$ (kề bù với góc $\widehat{ACB}$).

Tương tự $\widehat{DEF} = 90°$.
Tứ giác $FCDE$ có $\widehat{DCF} + \widehat{DEF} = 180°$
Vậy tứ giác $FCDE$ là tứ giác nội tiếp.
b) Xét $\triangle DCA$ và $\triangle DEB$ có

$$\widehat{ACD} = \widehat{DEB} = 90°$$
$$\widehat{ADC} = \widehat{BDE}(\text{ hai góc đối đỉnh})$$

Suy ra $\triangle DCA \sim \triangle DEB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE} \Leftrightarrow DA \cdot DE = DB \cdot DC.$$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DCFE, \widehat{CFD} = \widehat{CED}$ (cùng chắn cung CD)

Xẻ đường tròn $(O), \widehat{CED} = \widehat{CBA}$ (cùng chấn cung AC)

Mặt khác $OB = OC = R$ suy ra ΔOBC cân tại O suy ra $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$

Từ (1). (2), (3) suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$.

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDFE$ nên I là trung điểm DF.
Xét đường tròn $(I), IC = ID$ suy ra $\triangle ICD$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{ICD} = \widehat{IDC}$.
Ta có $\widehat{ICD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
suy ra $\widehat{IDC} + \widehat{CFD} = 90°$, mà $\widehat{IDC} = \widehat{ICD}$ (cmt), $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$ (cmt)
suy ra $\widehat{ICD} + \widehat{OCB} = 90° \Leftrightarrow \widehat{ICO} = 90° \Leftrightarrow IC \perp OC$, mà OC là bán kính của (O) nên IC là tiếp tuyến của (O).
d) Ta có $\triangle CBA \sim \triangle CFD(\text{ g.g }) \Rightarrow \frac{CB}{CF} = \frac{BA}{FD}$.
Mà $FD = R; BA = 2R$ nền $\frac{CB}{CF} = \frac{BA}{FD} = 2$.
Ta có $\tan \widehat{AFB} = \tan \widehat{CFB} = \frac{CB}{CF} = 2$.

Câu 5. Giải phương trình $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$.
Lờ giải.
Đặt $t = \sqrt{x^2 + 7}$, phương trình đã cho trờ thành $t^2 + 4x = (x + 4)t$

$$\Leftrightarrow t^2 - (x+4)t + 4x = 0 \Leftrightarrow (t-x)(t-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = x \\ t = 4. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+7} = 4 \\ \sqrt{x^2+7} = x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+7 = 16 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2+7 = x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

............................HẾT......................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2011 - 2012

Đề Số 11

Khóa ngày:

(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2, 5 diểm). Cho $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \dfrac{10\sqrt{x}}{x-25} - \dfrac{5}{\sqrt{x}+5}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 25$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm giá trị của A khi $x = 9$.

3) Tìm x để $A < \dfrac{1}{3}$

Bài 2. (2, 5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phuoong trình hoạc hệ phurơng trình:

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Bài 3. (1, 0 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - m^2 + 9$.

1) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng $(d) khi m = 1$.

2) Tìm m đề đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4. (3, 5 điểm). Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA

và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại M, N.

1) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN} = 90°$.

3) Chứng minh $AM.BN = AI \cdot BI$.

4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Bài 5. $(0,5$ điểm). Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$M = 4x^2 - 3x + \dfrac{1}{4x} + 2011.$

…………………………………….HẾT…………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề Số 11(2011-2012)

Câu 1. Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$, với $x \neq 0$ và $x \geq 25$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của A khi $x = 9$.

c) Tìm x để $A < \frac{1}{3}$.

Lời giải.

a) Vởi $x \neq 0$ và $x \neq 25$, ta có

$$\begin{aligned}
A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} \\
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25} \\
&= \frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-5\sqrt{x}+25}{x-25} \\
&= \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} \\
&= \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\
&= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}
\end{aligned}$$

b) Với $x = 9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5} = -\frac{1}{4}$

c) $A < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 20 \Leftrightarrow 0 \le x < 100.$

Kết hợp với kiều kiện xác định ta có $\begin{cases} 0 < x < 100 \\ x \neq 25 \end{cases}.$

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phuong trình hoăcc hệ phương trình:
Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mồi ngày đọi đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chờ thêm được 10 tấn. Hơi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?
Lòi giải.
Gọi a (tấn), $a \geq 0$: số tấn hàng mỡi ngày.
Gọi b (ngày), $b \in \mathbb{N}^*$: số ngày.
Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a \times b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140 + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b - 140 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 7 \\ b = -4(loai) \end{array}\right.$$

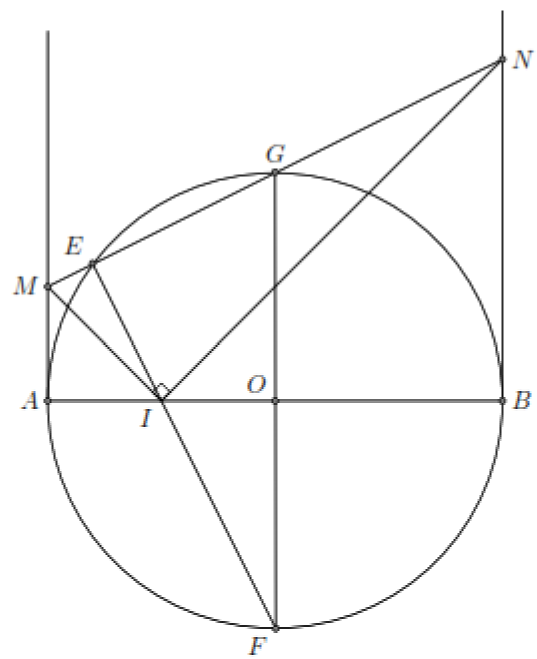
Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Câu 3. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - m^2 + 9$.
a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.
b) Tìm m đễ đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.
Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của Với $x=-2 \Rightarrow y=4 \Rightarrow A(-2;4)$
- Với $x=4 \Rightarrow y=16 \Rightarrow B(4;16)$
Vạyy tọa độ̃ giao điểm của (P) và (d) là $A(-2;4); B(4;16)$.
b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2=2x-m^2+9 \Leftrightarrow x^2-2x+m^2-9=0(1)$. Yều cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái đấu $\Leftrightarrow a \times c<0 \Leftrightarrow m^2-9<0 \Leftrightarrow -3<m<3$
Vậy $-3<m<3$.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn $(O)(E$ không trùng với A và $B)$. Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại M, N.
a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh $\widehat{ENI}=\widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN}=90^\circ$.
c) Chứng minh $AM \cdot BN=AI \cdot BI$.
d) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Lời giải.



a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp:
Xét tứ giác $MAIE$ có 2 góc vuông là A và góc E (đối nhau), nên MAIE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MI.
b) Tương tự, ta có $ENBI$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IN. Vậy $\widehat{ENI}=\widehat{EBI}$

(vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.) Tương tự $\widehat{EMI} = \widehat{EAI}$ (vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.)
Mà $\widehat{EAI} + \widehat{EBI} = 90°$($\triangle EAD$ vuông tại E), suy ra $\widehat{MIN} = 180° - (\widehat{EMI} + \widehat{ENI}) = 90°$.

c) Do $\triangle MAI \backsim \triangle IBN \Rightarrow \frac{AM}{IB} = \frac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI(1)$.

d) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có $AM + BN = 2OG(2)$. (Vì tứ giác $AMNB$ là hình thang và có OG là đường trung bình)

Ta có $AI = \frac{R}{2}; BI = \frac{3R}{2}$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} AM + BN = 2R \\ AM \cdot BN = \frac{3R^2}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow AM; BN$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2Rx + \frac{3R^2}{4} = 0$.

Từ đó, suy ra $AM = \frac{R}{2}$ và $BN = \frac{3R}{2} \Rightarrow \triangle MAI$ và $\triangle NBI$ là các tam giác vuông cân

$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ và $NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\triangle MIN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$.

Câu 5(0,5 điểm). Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$.

Lời giải.

Ta có $M = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x + \frac{1}{4x} + 2010 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}} + 2010 = 2011$. Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2011.

......................................HẾT..................................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 12

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2012 - 2013

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài I (2,5 đ)

1/ Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức khi $x = 36$

2/ Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}+\dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right):\dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\ge 0, x\ne 16$)

3/ Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B. (A-1) là số nguyên.

Bài II (2, 0 đ) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trìhh hoặc hệ phương trình :

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{12}{5}$ giờ thì xong . Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Bài III (1, 5đ)

1/ Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1\end{cases}$

2/ Cho phương trình $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2=7$.

Bài IV (3, 5đ). Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ $AC(M$ khác A và $C)$, BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{ACM}=\widehat{ACK}$.

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE=AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn tại (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P,C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\dfrac{AP\cdot MB}{MA}=R$. Chứng minh đường thẳng PB đi đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Bài $V(0,5d)$. Với $x,\ y$ là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$

……………………………………..HẾT………………………

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ SỐ 12 : 2012-2013

Câu 1.

a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên.

Lời giải.

a) $A = \frac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2} = \frac{5}{4}$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)+4(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x+16} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$.

c) $B(A-1) = \frac{2}{x-16} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x - 16 \in \{-1; 1; -2; 2\} \Leftrightarrow x \in \{14,15,17,18\}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Lời giải.

Gọi $x, y (y > x > 0)$ theo thứ tự là thời gian để người thứ nhất, người thứ hai hoàn thành công việc khi làm một mình.

Khi đó $\frac{1}{x}$ là công việc người thứ nhất hoàn thành trong 1 giờ, $\frac{1}{y}$ là công việc người thứ hai hoàn thành trong 1 giờ. Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ \frac{12}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 2 \\ \frac{12}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình cần 4 giờ, người thứ hai làm một mình cần 6 giờ.

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2\\ \frac{6}{x}-\frac{2}{y}=1.\end{cases}$

b) Cho phương trình: $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2+x_2^2=7$.

Lời giải.

a) $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2\\ \frac{6}{x}-\frac{2}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{10}{x}=5\\ \frac{2}{y}=\frac{6}{x}-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$

b) $\Delta=4m^2+1>0$ với mọi m cho nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
Theo định lý Vi-ét ta có $x_1+x_2=4m-1, x_1x_2=3m^2-2m$. $x_1^2+x_2^2=7 \Leftrightarrow$
$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-7=0 \Leftrightarrow 10m^2-4m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{3}{5}.\end{array}\right.$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC(M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

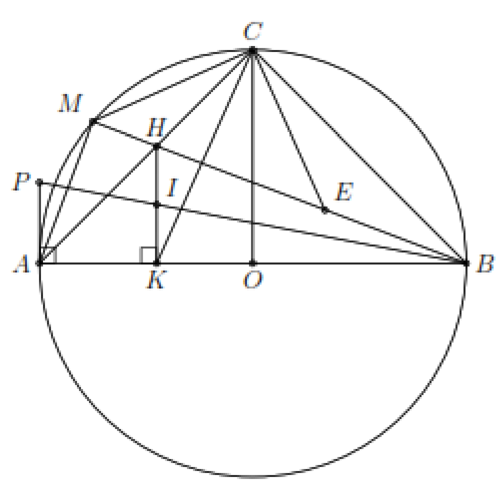
a) Chứng minh rằng tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{ACM}=\widehat{ACK}$.

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE=AM$. Chứng minh rằng tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

d) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Gọi P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA}=R$.
Chứng minh rằng đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{HKB} = \widehat{HCB} = 90°$ cho nên tứ giác $CBHK$ nội tiếp.

b) Các tứ giác $ABCM$ và $CBHK$ nội tiếp suy ra $\widehat{ACM} = \widehat{ABM} = \widehat{ACK}$.

c) Hai tam giác MAC và EBC có $\widehat{MAC} = \widehat{EBC}, MA = BE$ và $AC = BC$ cho nên hai tam giác bằng nhau, suy ra $MC = EC$ (1) và $\widehat{ACM} = \widehat{BCE}; \widehat{MCE} = \widehat{ACM} + \widehat{ACE} = \widehat{ACE} + \widehat{BCE} = 90°$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tam giác ECM vuông cân tại C.

d) Ta có $\frac{IK}{AP} = \frac{KB}{2R} \Rightarrow IK = \frac{AP \cdot KB}{2R} = \frac{R \cdot MA \cdot KB}{2R \cdot MB}$ (1). Dễ thấy hai tam giác vuông ABM và HBK đồng dạng cho nền $\frac{MA}{MB} = \frac{HK}{KB}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $IK = \frac{HK}{2}$.

Câu 5. Với x, y là các số dương thoả mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{x^2+y^2}{xy}$.

Lời giải.

Đạt $t = \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow M = \frac{t^2+1}{t}$.

Xét hiệu $M - \frac{5}{2} = \frac{t^2+1}{t} - \frac{5}{2} = \frac{(t-2)(2t-1)}{2t} \geq 0$ vởi mọi $t \geq 2$. Vãy giá trị nhỏ nhất của M bằng $\frac{5}{2}$ khi $x = 2y$.

……………………………..HẾT……………….

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 13

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013 - 2014

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm). Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Bài 2. (2.0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phuoong trình hoạc hệ phuoong trình Quãng đường từ A đến B dài $90\,km$. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $9\,km/h$. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài 3. (2.0 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3(x+1)+2(x+2y)=4\\4(x+1)-(x+2y)=9\end{cases}$.

2) Cho parabol $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y=mx-\dfrac{1}{2}m^2+m+1$.

a) Với $m=1$, xác định tọa độ giao điểm A,B của d và (P).

b) Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|=2$.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với $(O)(M,N$ là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B,C sao cho $AB<AC$, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh rằng tứ giác $AMON$ nội tiếp

2) Chứng minh rằng $AN^2=AB\cdot AC$. Tính độ dài BC khi $AB=4\text{cm}, AN=6\text{cm}$.

3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh rằng $MT//AC$.

4) Hai tiếp tuyến của đường tròn tại B,C cắt nhau tại K. Chứng minh rằng K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Bài 5. (0.5 điểm). Với các số dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $a+b+c+ab+bc+ca=6abc$, chứng minh rằng $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\ge 3$.

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ SỐ 13 : 2013-2014

Câu 1. Với $x>0$, cho hai biểu thức $A=\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=64$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tính x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Lời giải.

a) Thay $x = 64$ (thỏa mãn) vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{2+8}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

b) Mẫu thức chung của biểu thức B là: $\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-1+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

c) Ta có $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$ thì

$$\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)}{2\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0$$

Ta thấy $2\sqrt{x} > 0$ suy ra $\frac{2-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow 2 > \sqrt{x} \Leftrightarrow x < 4$.

Vậy $0 < x < 4$ thì $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghĩ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đị là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bất đầu đi tù A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi vận tốc xe máy lúc đi là $x(\mathrm{~km/h})$ (Điều kiên: $x > 0$).

Vì vần tốc xe máy lúc về lớn hơn vận tốc lúc đi là $9(\mathrm{~km/h})$ nên vận tốc lúc về là $x+9(\mathrm{~km/h})$.

Suy ra thời gian lúc đi là $\frac{90}{x}$ (giờ). Thời gian lúc về là $\frac{90}{x+9}$ (giờ).
Khi đến B xe nghỉ lại 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ. Mà tổng thời gian cả đi và về là 5 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{90}{x}+\frac{90}{x+9}+\frac{1}{2}=5 \Leftrightarrow 9x^2-279x-1620=0 \Leftrightarrow x^2-31x-180=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5(\text{ Loaii}) \\ x=36\ (\text{TM}) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc xe máy lúc đi là $36\ \mathrm{km/h}$.

Câu 3.

1 Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$.

2 Cho parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y=mx-\frac{1}{2}m^2+m+1$.
(a) Với $m=1$, xác định tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P).
(b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $|x_1-x_2|=2$.

Lời giải.

3 $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$.
Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y)=(1;-1)$.

(a) Thay $m=1$ vào (d) ta có $y=x-\frac{1}{2}+2=x+\frac{3}{2}$.
Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{1}{2}x^2=x+\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2=2x+3 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1=-1, x_2=3$.

- Với $x=-1$ thay vào $(P): y=\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.
- Với $x=3$ thay vào $(P): y=\frac{9}{2} \Rightarrow B\left(3;\frac{9}{2}\right)$.

(b) Xét phương trình hoành độ của (d) và (P) ta có:

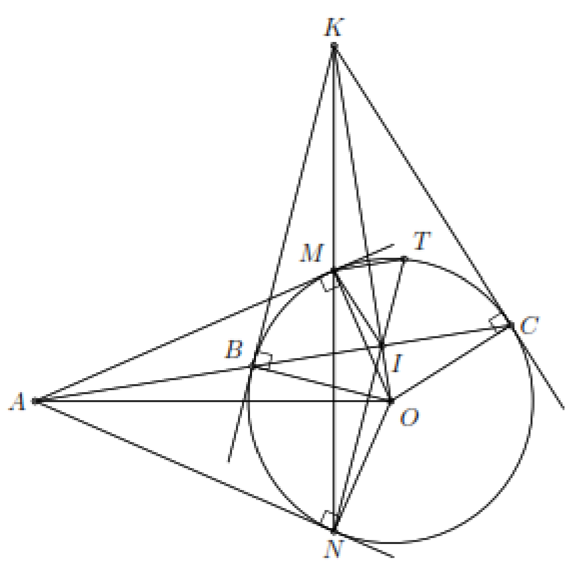
$$\frac{1}{2}x^2=mx-\frac{1}{2}m^2+m+1 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-2m-2.$$

Xét $\Delta' = m^2 - (m^2 - 2m - 2) = 2m + 2$.
Để (d) và (P) giao nhau tại hai điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.
Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m - 2 \end{cases}$.
Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| = 2 \quad & \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \\ & \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \\ & \Leftrightarrow (2m)^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \\ & \Leftrightarrow 2m + 2 = 1 \\ & \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bēn ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và $C(AB < AC, d$ không đi qua tâm $O)$.
a) Chứng minh tứ giác $AMON$ nội tiếp.
b) Chứng minh $AN^2 = AB \cdot AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4$ cm, $AN = 6$ cm.
c) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh: $MT // AC$.
d) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K. Chứng mỉnh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đầu bài.
Lời giải.



a) Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{AMO} = 90^\circ$ (Tính chất tiếp tuyến).
Do đó: $\widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $AMON$ nội tiếp.
b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle ACM$ có

- $\widehat{MAC}$ chung
- $\widehat{MCA} = \widehat{AMB}$ (cùng chắn cung $\widehat{MB}$)
  Suy ra $\triangle AMB \sim \triangle ACM$.
  $\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AC}{AM}$ (Tính chất tam giác đồng dạng)
  $\Rightarrow AM^2 = AB \cdot AC$.
  Mà $AM = AN$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).
  Vậy $AN^2 = AB \cdot AC$(Đpcm) .
  Ta có $AN^2 = AB \cdot AC \Rightarrow 36 = 4 \cdot AC \Rightarrow AC = 9(\text{ cm})$.
  Mà $AC = AB + BC \Rightarrow BC = AC - AB = 9 - 4 = 5(\text{ cm})$.
  c) Vì I là trung điểm của dây cung BC không đi qua tâm O nên $OI \perp BC$ hay $\widehat{AIO} = 90^\circ$, như vậy I và N cùng nhìn đoạn AO dưới góc vuông nên A, N, O, I cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO, do đó: $\widehat{AIN} = \widehat{AON}$ (cùng chắn cung $\widehat{NA}$).
  Mặt khác $\widehat{MTN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \widehat{AON}$. Suy ra $\widehat{MTN} = \widehat{AIN}$ và chúng ở vị trí đồng vị nên $MT//AC$ (đpcm).

d) Xét $\triangle BOK$ vuông tại B (Tính chất tiếp tuyến), có đường cao BI nên $OB^2 = OI.OK$ mà $OB = OM \Rightarrow OM^2 = OI.OK \Rightarrow \frac{OM}{OI} = \frac{OK}{OM}$.
Góc MOI chung nên $\triangle OIM \backsim \triangle OMK(\mathrm{c-g-c})$. Từ đó suy ra

$$\widehat{MIO} = \widehat{OMK}$$

Ta có: $OM = ON$ nên

$$\widehat{OMN} = \widehat{ONM}$$

Vì bốn điểm M, N, I, O cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO và từ (6) nên

$$\widehat{NMO} + \widehat{MIO} = \widehat{MNO} + \widehat{MIN} = 180^\circ$$

Từ (5) và (7), suy ra: $\widehat{NMO} + \widehat{KMO} = 180^\circ$, do đó ba điểm M, N, K thẳng hàng hay suy ra K luôn nằm trên đường thẳng MN cố định khi d thay đổi.

Câu 5. Vơi a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+ab+bc+ca=6abc$. Chứng minh: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq 3$

Lời giải

$$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2\geq 0\Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geq \frac{2}{ab}\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\geq \frac{1}{ab}$$

Theo bắt đẳng Cauchy ta có

- $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\geq \frac{1}{ab};\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq \frac{1}{bc};\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq \frac{1}{ac}$
- $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+1\right)\geq \frac{1}{a};\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2}+1\right)\geq \frac{1}{b};\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2}+1\right)\geq \frac{1}{c}$

  Cộng lần lượt các vế

$$\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq \frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq \frac{c+b+a+bc+ac+ab}{abc}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 6-\frac{3}{2}=9$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 3.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$ (đpcm).

…………………………………….………HẾT…………………………………..…

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

Đề Số 14

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2014 - 2015

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi $x=9$.

2) Cho biểu thức $P=\left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$, với $x>0, x\neq 1$.

a) Chứng minh rằng $P=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm các giá trị của x để $2P=2\sqrt{x}+5$.

Bài 2. (2 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoạc hệ phhurong trình Một xưởng may theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3. (2 điểm).

1) Giải hệ $\begin{cases}\frac{4}{x+y}+\frac{1}{y-1}=5\\ \frac{1}{x+y}-\frac{2}{y-1}=-1\end{cases}$.

2) Cho đường thẳng $d: y=-x+6$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P)

b) Gọi A, B là giao điểm của d và (P). Tính diện tích tam giác AOB.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của $(O)(M$ khác A, M khác $B)$. Tiếp tuyến của (O) tại B cắt các đường thẳng AM , AN lần lượt tại các điểm Q, P.

1) Chứng minh rằng tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật.

2) Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi E là trung điểm BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại F. Chứng minh rằng F là trung điểm của BP và ME song song với NF.

4) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện của đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.

Bài 5. (0.5 điểm). Với các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\sqrt{2a+bc}+\sqrt{2b+ca}+\sqrt{2c+ab}$.

……………………………………HẾT……………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 14: 2014-1015

Câu 1.

1)Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi $x=9$.

Lời giải

Khi $x=9$ thì $A=\frac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1}=\frac{3+1}{3-1}=2$.

2) Cho biểu thức $P=\left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Chứng minh rằng $P=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm các giá trị của x để $2P=2\sqrt{x}+5$

Lời giải.

a) Với $x>0$ và $x\neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\
&= \frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\
&= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\
&= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

b) Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}
& 2P = 2\sqrt{x}+5\\
\Leftrightarrow\quad & 2\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}+5\\
\Leftrightarrow\quad & 2\sqrt{x}+2 = 2x+5\sqrt{x}\\
\Leftrightarrow\quad & 2x+3\sqrt{x}-2 = 0\\
\Leftrightarrow\quad & \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phuơng trình hoặc hệ phương trình:
Một phân xưởng theo kế hoạch phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuăt vượt mức 5 sản phẩm nên phān xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hōi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lơi giāi.

Gọi x là số sản phẩm mỗi ngày xưởng làm được. $(x \in \mathbb{N}, 0 < x < 1100)$.

Số ngày mà xường làm xong theo kế hoạch là $\frac{1100}{x}$ (ngày).

Mỗi ngày xưởng làm vượt mức 5 sản phẩm nền số ngày mà xưởng làm xong là $\frac{1100}{x+5}$ (ngày).

Vì xường xong sớm 2 ngày nên ta có

$$\frac{1100}{x+5}+2=\frac{1100}{x}$$

Giải phương trình ta có $\left[\begin{array}{l} x = 50 \text{ (nhận)} \\ x = -55 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Vậy mỗi ngày xưởng làm 50 sản phẩm.

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{4}{x+y}+\frac{1}{y-1}=5\\ \frac{1}{x+y}-\frac{2}{y-1}=-1\end{cases}$

Lời giải

Điều kiện $x+y\neq 0$ và $y\neq 1$

Đặt $X=\frac{1}{x+y}$ và $Y=\frac{1}{y-1}$ ta có

$$\begin{cases}4X+Y=5\\ X-2Y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}X=1\\ Y=1\end{cases}$$

Do đó $\begin{cases}x+y=1\\ y-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=2\end{cases}$

2. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $(d): y=-x+6$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

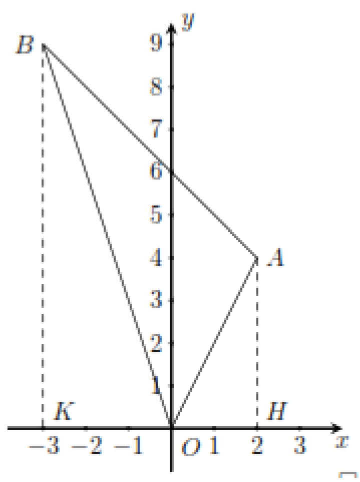
b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích của tam giác AOB.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là $x^2=-x+6\Leftrightarrow x=-3$ hoặc $x=2$.

Nếu $x=2\Rightarrow y=4$. Giao điểm thứ nhất là $A(2;4)$.

Nếu $x=-3\Rightarrow y=9$. Giao điểm thứ hai là $B(-3;9)$.



b) Vẽ giao điểm

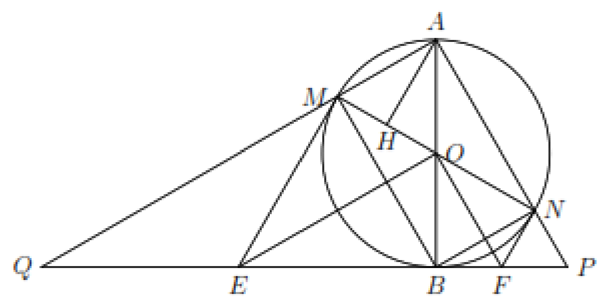
Ta có $S_{ABKH}=\frac{(AH+BK)\cdot HK}{2}=\frac{65}{2}$

$$S_{OAH}=\frac{AH\cdot OH}{2}=4$$

$$S_{OBK}=\frac{BK^2\cdot OK}{2}=\frac{27}{2};$$

Do đó $S_{OAB} = 15$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn $(O : R)$ (M khác A. M khác B). Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.
a) Chứng minh tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật.
b) Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuọc một đường tròn.
c) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và $ME//NF$.
d) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.
Lời giải.



a) Tứ giác $AMBN$ có hai đường chéo AB, MN bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên $AMBN$ là hình chữ nhật.
b) Do câu a) ta có $\widehat{ANM} = \widehat{ABM}$
Hơn nữa $\widehat{ABM} = \widehat{MQP}$ (cùng phụ với $\widehat{QAB}$)
Do đó $\widehat{ANM} = \widehat{MQP} \Rightarrow M, N, P, Q$ cùng thuộc một đường tròn.
c) Trong $\triangle ABQ$ ta có OE là đường trung bình nên $OE//AQ$.
Ta lại có $OF \perp OE$ và $AP \perp AQ$ nên $OF//AP$.
Trong tam giác ABP có O là trung điểm AB và $OF//AP$ nên F là trung điểm BP.
Ta có $\widehat{MEF} = \frac{1}{2}($ sđ $\widehat{MAB} -$ sđ $\widehat{MB})$ và $\widehat{NFE} = \frac{1}{2}($ sđ $\widehat{BAN} -$ sđ $\widehat{BN})$.
Do đó $\widehat{MEF} + \widehat{NFE} =$ sđ $\widehat{MAN} = 180^\circ \Rightarrow ME//NF$ (góc trong cùng phía bù nhau).
d) Do E, F là trung điểm của BQ, BP nên $PQ = 2EF \geq 2MN$.
$S_{MNPQ} = S_{APQ} - S_{AMN}$. Ta cần tìm vị trí của M, N sao cho S_{APQ} nhỏ nhất và S_{AMN} lớn nhất. Thật vậy, $S_{APQ} = \frac{AB \cdot PQ}{2} = EF \cdot AB \geq MN \cdot AB = 4R^2$. Dấu bằng xảy ra khi $MN \perp AB$.
Hơn nữa, $S_{AMN} = \frac{MN \cdot AH}{2} \leq \frac{MN \cdot OA}{2} = R^2$. Dấu bằng xãy ra khi $MN \perp AB$. Vậy $MN \perp AB$ để S_{MNPQ} nhỏ nhất.

Câu 5. Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$.
Lời giải.
Vì $a + b + c = 2$ nên $2a + bc = a(a + b + c) + bc = (a + b)(a + c)$
$\Rightarrow \sqrt{2a + bc} = \sqrt{(a + b)(a + c)} \le \frac{a+b+a+c}{2}$.
Tương tự ta có $\sqrt{2b + ca} \le \frac{b+c+b+a}{2}$ và $\sqrt{2c + ab} \le \frac{c+a+c+b}{2}$.
Cộng theo vế ta có $Q \le 2(a + b + c) = 4$.

……………………………..HẾT………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 15

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2015 - 2016

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm). Cho hai biểu thức $P = \dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$, với $x > 0, x \neq 4$
.

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức Q

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. (2 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình Một tàu tuần tra chạy ngược dòng $60\,km$, sau đó chạy xuôi dòng $48\,km$ trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là $2\,km/h$. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

Bài 3. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+\sqrt{x+1}=4 \\ x+y-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5 .

Bài 4. (3.5 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn AO(C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kỳ trên cung KB(M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H, D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là N.

1) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng $CB.CA = CH.CD$.

3) Chứng minh rằng ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.

4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0.5 điểm). Với các số thực không âm a, b thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2=4$. Tìm giá trị lớn nhất của $M=\dfrac{ab}{a+b+2}$.

……………………………………HẾT………………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề Số 15(2015-2016)

Câu 1. Cho hai biểu thức $P=\frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x>0, x\neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm giá trị của x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=9$

Thay $x=9$ vào $P=\frac{9+3}{\sqrt{9}-2}=\frac{12}{\sqrt{9}-2}=\frac{12}{3-2}=12$.

b) Rút gọn biểu thức Q

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+5\sqrt{x}-2}{x-4} \\ &= \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}. \end{aligned}$$

c)Tìm giá trị của x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Ta có $\frac{P}{Q}=\frac{x+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$

Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có $\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x}=\frac{3}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=3$, thỏa mãn điều kiện.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{P}{Q}$ là $2\sqrt{3}$, đạt được khi $x=3$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lạp phương trình hoạc hệ phương trình:
Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vān tốc của dòng nước là 2 km/ giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Lời giải.

Gọi vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là x(km/ giờ), $x>2$.

Thời gian tàu tuần tra ngược dòng là $\frac{60}{x-2}$ (giờ).

Thời gian tàu tuần tra xuôi dòng là $\frac{48}{x+2}$ (giờ).

Ta có phương trình $\frac{60}{x-2}-\frac{48}{x+2}=1\Rightarrow x^2-12x-220=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=22 \text{ (thõa mãn)} \\ x=-10 \text{ (loai).} \end{array}\right.$

Vạy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 km/ giờ.

Câu 3.

1)Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+\sqrt{x+1}=4 \\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5. \end{cases}$

Lời giải.

- Điều kiện xác định $x\geq -1$.
- Đạt $\begin{cases} a=x+y \\ b=\sqrt{x+1}\geq 0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=-5 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2. \end{cases}$

- Từ đó ta có $\begin{cases} x+y=1 \\ \sqrt{x+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện xác định.
- Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3;-2)$.

2) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$(x là ẩn số).
a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5 .

Lời giải.

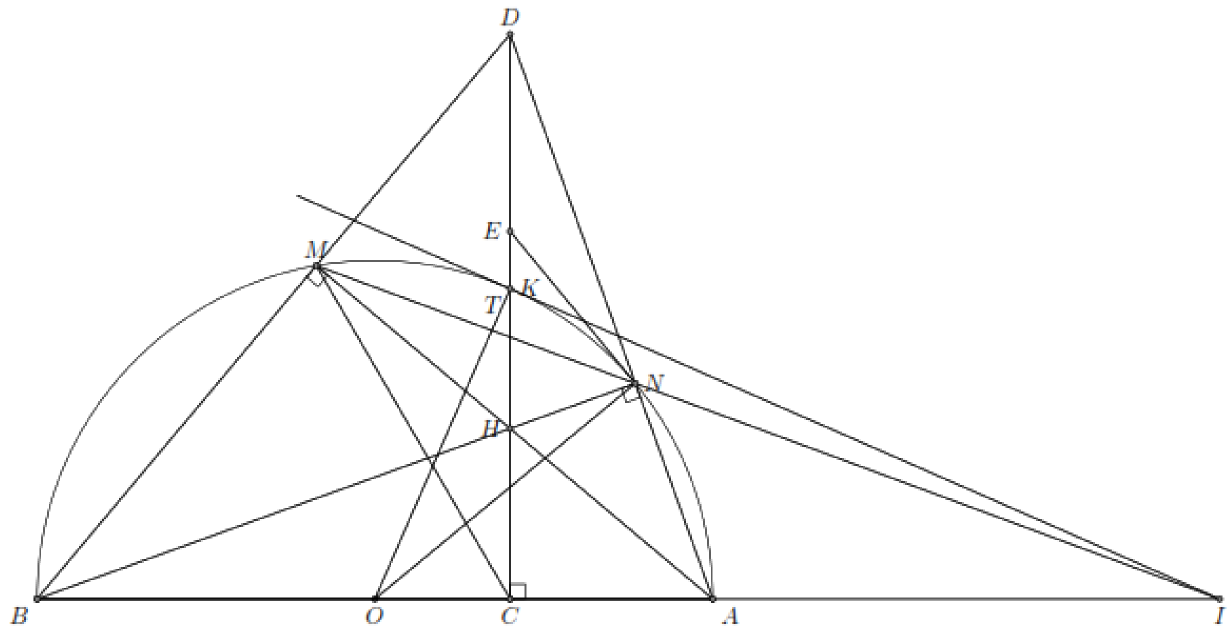
a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m
Ta có $\Delta=(m+5)^2-4(3m+6)=(m-1)^2 \geq 0\ \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5
Ta tính được hai nghiệm là $x_1=3, x_2=m+2$.
Theo yêu cầu bài toán ta cần có $\begin{cases} x_1=3>0 \\ x_2=m+2>0 \\ x_1^2+x_2^2=25 \end{cases}$

Giải điều kiện trên ta được $m=2$, (chọn) hoặc $m=-6$ (loại).
Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn AO(C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc voi AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K. M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

a) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh $CA \cdot CB=CH \cdot CD$.
c) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của đường tròn đi qua trung điểm của DH.
d) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\widehat{AMD} = 90°$ vì góc $\widehat{AMB}$ nhìn nửa đường tròn đường kính AB.

$\widehat{ACD} = 90°$ do $DK \perp AB$.

Suy ra $\widehat{AMD} = \widehat{ACD} = 90°$ nên tứ giác $ACMD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD.

b) Chứng minh $CA \cdot CB = CH \cdot CD$.

Xét hai tam giác $\triangle CAH$ và $\triangle CDB$ ta có :

$\widehat{ACH} = \widehat{DCB} = 90°$ Mặt khác $\widehat{CAH} = \widehat{CDB}$ vì cùng phụ góc $\widehat{CBM}$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle CAH \backsim \triangle CDB$

$\Rightarrow \frac{CA}{CD} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow CA \cdot CB = CH \cdot CD$, (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng

Ta có H là trực tâm $\triangle ABD \Rightarrow AD \perp BH$.

Vi $AN \perp BH$ và $AD \perp BH$ nền A, N, D thẳng hàng.

Chứng minh tiếp tuyến tại N của đường tròn đi qua trung điểm của DH.

Gọi E là giao điểm của CK và tiếp tuyến tại N.

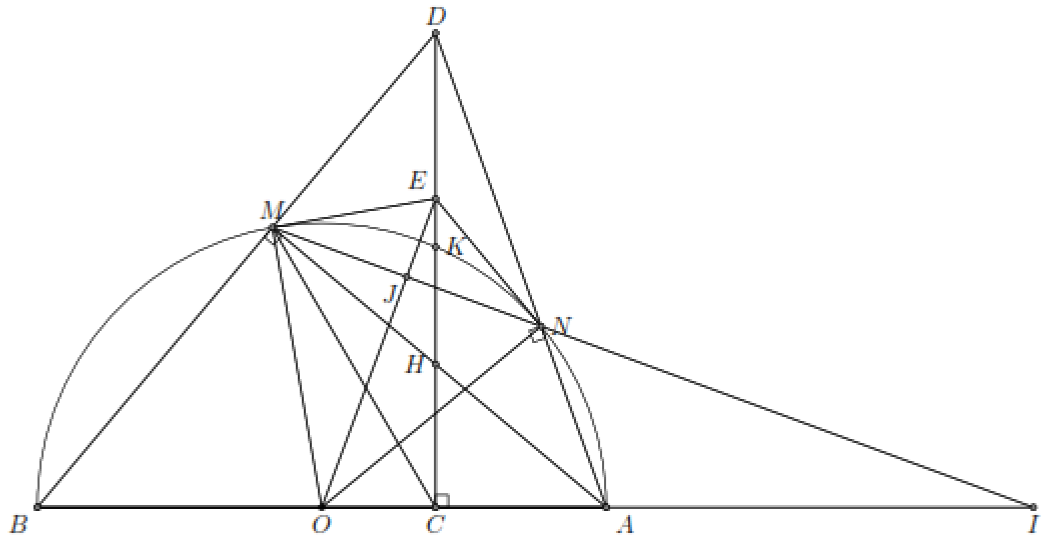
Ta có $BN \perp DN$ và $ON \perp EN \Rightarrow \widehat{DNE} = \widehat{BNO}$.

Mà $\widehat{BNO} = \widehat{OBN}, \widehat{OBN} = \widehat{EDN} \Rightarrow \widehat{DNE} = \widehat{EDN}$.

$\Rightarrow \triangle DEN$ cân tại E, suy ra $ED = EN$.

Ta có $\widehat{ENH} = 90° - \widehat{END} = 90° - \widehat{NDH} = \widehat{EHN}$.

$\Rightarrow \triangle HEN$ cân tại E, suy ra $EH = EN$. Từ (3) và (4) suy ra E là trung điểm của HD, (điều phải chứng minh).



d) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định. Kéo dài MN cắt AB tại điểm I, ta cần chứng minh điểm I cố định.
Ta xét $\triangle DMH$ vuông tại H có E là trung điểm cạnh huyền DH, suy ra $ME = EN = \frac{1}{2}DH$, xét hai tam giác $\triangle EMO$ và $\triangle ENO$ là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp C-C-C. Suy ra $\widehat{EMO} = \widehat{ENO} = 90° \Rightarrow EM \perp OM$.
Suy ra tứ giác $EMON$ nội tiếp đường tròn đường kính $OE \Rightarrow OJ \cdot OE = OM^2 = R^2$.
Ta có $\triangle OJI \sim \triangle OCE \Rightarrow \frac{OJ}{OC} = \frac{OI}{OE} \Rightarrow OI \cdot OC = OJ \cdot OE = R^2$.
Suy ra $OI = \frac{R^2}{OC}$ là số không đổi mà O và đường thẳng AB cố định, suy ra I cố định, (điều phải chứng minh).

Câu 5. Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{ab}{a+b+2}$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow 2ab = (a+b)^2 - 4$

$\Rightarrow 2M = \frac{(a+b)^2-4}{a+b+2} = a + b - 2.$

Ta có $a + b \leq \sqrt{2(a^2+b^2)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow M \leq \sqrt{2} - 1.$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $\sqrt{2}$ khi $a = b = \sqrt{2}$.

....HẾT…………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 16

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2016 - 2017

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm). Cho hai biểu thức $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$, với $x\ge 0, x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 2. (2.0 điểm). Giải bài toán sau bàng cách lập phurong trình hoạc hệ phurong trình
Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 720m^2. Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 3. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{3x}{x-1}-\dfrac{2}{y+2}=4\\ \dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=5\end{cases}$

2) Cho đường thẳng $d: y=3x+m^2-1$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh rằng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của d và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O). Kẻ tiếp tuyến AB với (O)(B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D, E(D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$.

3) Đường thẳng d di qua E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh rằng $HK // DC$.

4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.

Bài 5. (0.5 điểm). Với các số thực x, y thỏa mãn $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x + y$.

……………………………………HẾT…………………………………………

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 16 : 2016-2017

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị nguyên.

Lời giải.

a) Với $x = 25$ (thỏa mãn $x \geq 0, x \neq 9$) Ta có $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8} = \frac{7}{\sqrt{25}+8} = \frac{7}{13}$.

b) Với $x \geq 0, x \neq 9$ ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) + 2\sqrt{x} - 24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x + 5\sqrt{x} - 24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+8)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

c)Ta có $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{7}{\sqrt{x}+8} = \frac{7}{\sqrt{x}+3} > 0 \Rightarrow P = \frac{7}{\sqrt{x}+3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{7}{P} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{7}{P} \geq 3 \Rightarrow$ $P \leq 2 \Rightarrow$ mà $\begin{cases} P \in \mathbb{Z}^+ \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} P = 1 \\ P = 2 \end{array}\right.$

Với $P = 1 \Rightarrow x = 16$.

Với $P = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $720 \mathrm{~m}^2$. Nếu tăng chiều dài thêm $10 \mathrm{~m}$ và giảm chiều rộng $6 \mathrm{~m}$ thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Lời giải.

Gọi chiều dài hình chữ nhật là: $x(\mathrm{~m})(x>0)$.
Suy ra, chiều rộng hình chữ nhật là: $\frac{720}{x}(\mathrm{~m})$.
Theo bài ra, ta có phương trình:

$$(x+10)\left(\frac{720}{x}-6\right)=720 \Leftrightarrow 6x^2+60x-7200=0 \Leftrightarrow x^2+10x-1200=0$$

Giải phương trình này ta được:
Vậy chiều dài hình chữ nhật là $30(\mathrm{~m})$, chiều rộng hình chừ nhật là $24(\mathrm{~m})$.

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{3x}{x-1}-\frac{2}{y+2}=4 \\ \frac{2x}{x-1}+\frac{1}{y+2}=5\end{cases}$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=3x+m^2-1$ và parabol $(P): y=x^2$.
(a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.
(b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$.

Lời giải.

a) Đặt $\begin{cases}u=\frac{x}{x-1} \\ v=\frac{1}{y+2}\end{cases}$ với $(x \neq 1, y \neq -2)$

Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}3u-2v=4 \\ 2u+v=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u=2 \\ v=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{x}{x-1}=2 \\ \frac{1}{y+2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2 \\ y=-1\end{cases}$

(thõa mãn)
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)=(2;-1)$.
b)
(a) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2=3x+m^2-1 \Leftrightarrow x^2-3x-m^2+1=0$$

Ta xét biệt thức $\Delta=(-3)^2-4.(-m^2+1)=9+4m^2-4=4m^2+5>0$ với mọi m.
Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

(b) Với x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Theo định lí vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - m^2 \end{cases}$

Để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = 1 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 3 + 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm $I(I$ khác C, I khác $O)$. Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và $E(D$ nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

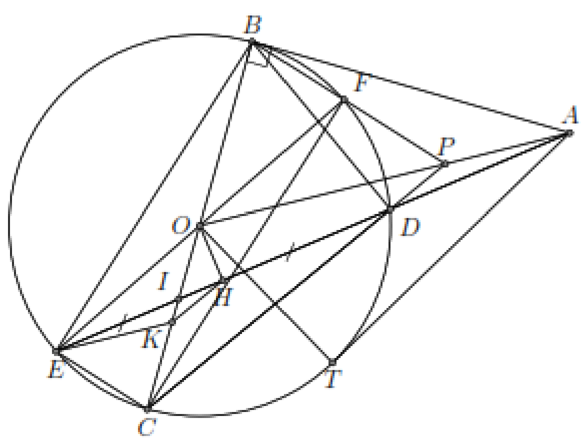
a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$.

c) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh $HK // DC$.

d) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.

Lời giải.



a) Vì AB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OA \perp AB \Rightarrow \widehat{OBA} = 90^\circ$.

Vì DE là dây cung của (O) mà H là trung điểm của DE nên $OH \perp DE \Rightarrow \widehat{OHA} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $ABOH$ có $\widehat{OHA} + \widehat{OBA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ABOH$ nội tiếp.

b) Vi AB là tiếp tuyến của (O) tại $B \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BED} = \widehat{BEA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dãy cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ có $\widehat{ABD} = \widehat{BEA}$ và $\widehat{BAD}$ chung $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB(\mathrm{g-g}) \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$.

c) Vì tứ giác $ABOH$ nội tiếp nên $\widehat{HAO} = \widehat{HBO}$ (hai góc cùng chắn một cung)

(1)

Mà $EK//AO \Rightarrow \widehat{KEA} = \widehat{HAO}$ (hai góc so le trong)
(2)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{KBH}$.
(3)
$\Rightarrow$ tứ giác $HKEB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EHK} = \widehat{KBE}$
Vì tứ giác $DCEB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBE}$ (hai góc cùng chắn cung CE)
Từ (3) và (4) ta có $\widehat{CDE} = \widehat{KHE}$ mà hai góc nằm ở vị trí đồng vị $\Rightarrow HK//DC$.

d) Kẻ tiếp tuyến thứ hai với AT với $(O)(T \in (O))$.

$$\Rightarrow OT \perp TA \Rightarrow \widehat{OTA} = 90^\circ.$$

Xét tứ giác $OTAB$ có $\widehat{OTA} + \widehat{OBA} = 180^\circ$ mà hai góc đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $OTAB$ nội tiếp
$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{OBT}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OT)
Mà trền (O) có $\widehat{OBT} = \widehat{CBT} = \widehat{CDT}$ (góc nọi tiếp cùng chắn cung CT)
$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{CDT}$ hay $\widehat{PAT} = \widehat{CDT} \Longrightarrow \widehat{PAT} + \widehat{PDT} = 180^\circ$.
Mà hai góc ở vị trí đối nhau trong tứ giác $TAPD \Rightarrow TAPD$ nội tiếp.
$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ADP}$ (góc nội tiếp cùng chấn cung AP)
Trên (O) có $\widehat{EBC} = \widehat{EDC}$ (góc nội tiếp cùng chấn cung CE)
Mà $\widehat{ADP} = \widehat{EDC}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{CBE}$ (1).
Có AT, AB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow AO$ là tia phân giác của góc $\widehat{TAB} \Rightarrow \widehat{TAP} = \widehat{BAP}$
Xét $\triangle TAP$ và $\triangle BAP$ có $AT = AB, \widehat{TAP} = \widehat{BAP}$ (cmt) và AP chung
$\Rightarrow \triangle TAP = \triangle BAP$($\mathrm{c} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{c}$) $\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ABP}(2)$
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{ABP} = \widehat{EBC}$
$\Rightarrow \widehat{EBP} = \widehat{EBC} + \widehat{CBP} = \widehat{ABP} + \widehat{CBP} = \widehat{CBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EBF} = 90^\circ$
Mà EF qua O nên EF là đường kính của $(O) \Rightarrow BFCE$ có hai đường chéo EF và BC bằng nhau và cất nhau tại trung điểm của mỗi đường nên nó là hình chữ nhật.

Câu 5. Với các số thực x, y thỏa mãn $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thúc $P = x + y$.
Lời giải.
Bổ đề $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2(a+b)}, \forall a, b \geq 0$.
Thật vậy bổ đề tương đương voii $2\sqrt{ab} \leq a + b$ (đúng theo bất đẳng thức cō-si)
Áp dụng ta có $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y \Leftrightarrow x + y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \leq$
$\sqrt{2(x+y+12)}$
$\Leftrightarrow (x+y)^2 \leq 2(x+y) + 24 \Leftrightarrow -4 \leq x + y \leq 6(1)$
Dẻ thấy $x + y \geq 0(2)$
Ta có $x + y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \Leftrightarrow (x+y)^2 = (x+y) + 12 + 2\sqrt{(x+6)(y+6)} \Leftrightarrow$

$(x+y)^2-(x+y)-12=2\sqrt{(x+6)(y+6)}\geq 0 \Leftrightarrow (x+y+3)(x+y-4)\geq 0 \Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} x+y\leq 3 \\ x+y\geq 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x+y\geq 4(3)$

Từ $(1),(2)$ và (3) suy ra $4\leq x+y\leq 6$.

Dáu $"="$ xảy ra khi $x+y=4 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y=4 \\ \left[x+6=0\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x=-6 \\ y=10 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x=6 \\ x+10 \end{array}\right. \\ y=-6 \\ y=-6 \end{array}\right.$

Khi $x+y=6 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y=6 \\ x+6=y+6 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=3$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x+y$ là 6 khi $x=y=3$ và giá trị nhỏ nhất của $x+y$ là 4 khi $(x;y)=(-6;10)$ hoăcc $(x;y)=(10;-6)$.

………………………………HẾT………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
HÀ NỘI	NĂM HỌC 2017 - 2018
Đề Số 17	Khóa ngày:
(Đề thi có 01 trang)	Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm). Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x\geq 0, x\neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Bài 2. (2 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phurong trình hoạc hệ phurơng trình

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài $120\,km$. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là $10\,km/h$ nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 3. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$.

2) Cho đường thẳng $d: y=mx+5$.

a) Chứng minh rằng d luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol $(P): y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1, x_2 \left(x_1<x_2\right)$ sao cho $\left|x_1\right|>\left|x_2\right|$.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN, CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB, BC lần lượt tại H và K.

1) Chứng minh rằng bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh rằng $NB^2=NK \cdot NM$

3) Chứng minh rằng tứ giác $BHIK$ là hình thoi

4) Gọi P, Q lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh rằng ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài 5. (0.5 điểm). Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab+bc+ca=9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $P=a^2+b^2+c^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề Số 17(2017-2018)

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\frac{4}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh rằng $B=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B \cdot|x-4|$.

Lời giải.

a) Khi $x = 9$ ta có $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{3+2}{3-5} = -\frac{5}{2}$

b) Với $x \geq 0, x \neq 25$ thì

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25} \\ &= \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-5)+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}-5} \text{(diều phải chứng minh)} \end{aligned}$$

c) Với $x \geq 0, x \neq 25$ ta có:

$$\begin{aligned} & A = B \cdot |x-4| \\ \Leftrightarrow & \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{\sqrt{x}-5} \cdot |x-4| \\ \Leftrightarrow & \sqrt{x}+2 = |x-4| (*) \end{aligned}$$

Nếu $x \geq 4, x \neq 25$ thì $(*)$ trở thành:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x}+2 = x-4 \\ \Leftrightarrow & x-\sqrt{x}-6 = 0 \\ \Leftrightarrow & (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2) = 0 \end{aligned}$$

Do $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Nếu $0 \leq x < 4$ thì $(*)$ trở thành: $\sqrt{x}+2 = 4-x$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & x+\sqrt{x}-2 = 0 \\ \Leftrightarrow & (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) = 0 \end{aligned}$$

Do $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn).

Vậy có hai giá trị $x = 1$ và $x = 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ồ tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nền xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải

Gọi vận tốc xe máy là x km/h. Điều kiện $x > 0$.
Do vận tốc xe ō tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h. nên vận tốc ô tō là $x + 10$ km/h.
Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ h.
Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x+10}$ h.
Xe ô tō đến B sớm hơn xe máy 36 phút $= \frac{3}{5}$ h nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$$
$$\Leftrightarrow 120.5 \cdot (x+10) - 120.5 \cdot x - 3x \cdot (x+10)$$
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 6000 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x+50)(x-40) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -50 \\ x = 40. \end{array}\right.$$ Kết hợp với điều kiện đầu bài ta được $x = 40$.

Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h, vận tốc của ô tô là 50 km/h.

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$.
b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = mx + 5$.
(a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$ với mọi giá trị của m.
(b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P) : y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2(với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Lời giải.

1) Giải hệ $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$.
Điều kiện: $x \geq 0, y \geq 1$.
Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \sqrt{y-1} \end{cases}$. Điều kiện $a; b \geq 0$. Khi đó hệ phương trình ban đầu trở thành

$$\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ 4(5-2b) - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ -9b = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (1; 5)$.
2)
(a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$ với mọi giá trị của m.
Thay tọa độ điểm $A(0; 5)$ vào phương trình đường thẳng (d): $y = mx + 5$ ta được: $5 = m.0 + 5$ luôn đúng với mọi giá trị của tham số m nên đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A với mọi giá trị của m.

(b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0$$

Ta có tích hệ số $ac = -5 < 0$ nên phương trình hoành độ giao điểm luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m hay đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m. Theo hệ thức Vi-ét ta có:

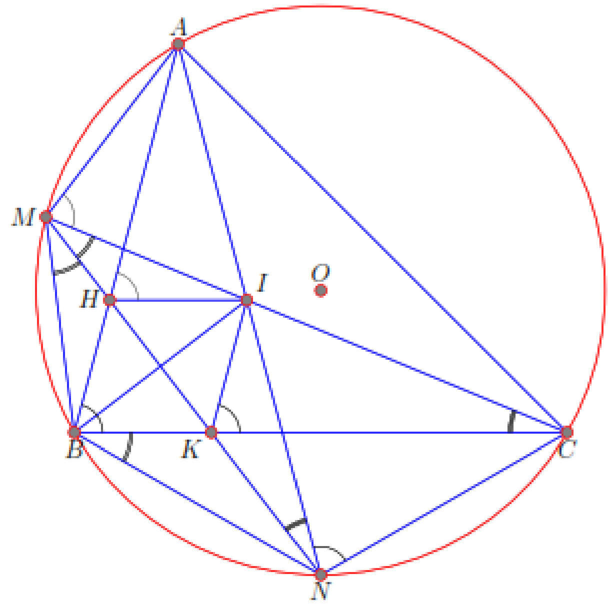
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$$

Ta có: $|x_1| > |x_2| \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 > 0 \Rightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) > 0$

Theo giả thiết: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$ do đó $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Câu 4. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ $\widehat{AB}$ và cung nhỏ $\widehat{BC}$. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.
a) Chứng minh các điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh $NB^2 = NK \cdot MN$.
c) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.
d) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn. Ta có M là điểm chính giữa cung $AB \Rightarrow. I = BM \Rightarrow \widehat{MNA} = \widehat{MCB} \Rightarrow \widehat{KNI} = \widehat{ICK}$. Tứ giác $\widehat{CNKI}$ có C và N là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh KI dưới hai góc bằng nhau nên $CNKI$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp).

Do đó bốn điểm C, N, I, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chúng minh $NB^2 = NK.MN$.

Ta có N là điểm chính giữa cung $BC \Rightarrow \widehat{BN} = \widehat{CN} \Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{CMN}$ (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Mà $\widehat{CBN} = \widehat{CMN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{CN}$)

$\Rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{BMN}$ (cùng bằng góc $\widehat{CNN}$) $\Rightarrow \widehat{KBN} = \widehat{BMN}$

Xét $\triangle KBN$ và $\triangle BMN$ có: $\begin{cases} \widehat{N} \text{ chung} \\ \widehat{KBN} = \widehat{BMN} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle KBN \sim \triangle BMN \Rightarrow \dfrac{KN}{BN} = \dfrac{BN}{MN} \Rightarrow NB^2 = NK.NM$ (diều phải chứng minh).

c) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi.

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ANC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$)

Mà $\widehat{AMC} = \widehat{AHI}$ (góc nội tiếp cùng chấn cung $\widehat{IC}$)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{IKC}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HB//IK(1)$.

Chứng minh tương tự phần 1 ta có tứ giác $AMHI$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{IKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AI}$)

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chấn cung $\widehat{AC}$)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AHI}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $BK//HI$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHIK$ là hình bình hành.
Mặt khác AN, CM lần lượt là các tia phân giác của các góc A và C trong tam giác ABC nên I là giao điểm ba đường phân giác, do đó BI là tia phân giác của góc B.
Vậy tứ giác BHIK là hình thoi (dấu hiệu nhận biết hình thoi).

d) Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.
Vì N là điểm chính giữa cung nhỏ $\widehat{BC}$ nên DN là trung trực của $BC \Rightarrow DN$ là phân giác $\widehat{BDC}$. Ta có $\widehat{KQC} = 2\widehat{KMC}$ (góc nội tiếp bằng nữa góc ở tâm của đường tròn (Q))
Lại có $\widehat{NDC} = \widehat{KMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BC}$)
Mà $\widehat{BDC} = 2\widehat{NDC} \Rightarrow \widehat{KQC} = \widehat{BDC}$
Xét tam giác $\triangle BDC$ và $\triangle KQC$ là các tam giác cân tại D và Q có hai góc $\widehat{BCD} = \widehat{BCQ}$ do vậy D, Q, C thẳng hàng nên $KQ//PK$
Chứng minh tương tự ta có ta có D, P, B thẳng hàng và $DQ//PK$
Do đó tứ giác $PDQK$ là hình bình hành nên E là trung điểm của PQ cũng là trung điểm của DK. Vậy D, E, K thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu 5. Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương ta có:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab, b^2 + c^2 \geq 2bc, c^2 + a^2 \geq 2ca.$$

Do đó: $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) = 2.9 = 18 \Rightarrow 2P \geq 18 \Rightarrow P \geq 9$
Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{3}$.
Vậy min$P = 9$ khi $a = b = c = \sqrt{3}$.
Vì $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ nên $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow ab + 1 \geq a + b$
Tương tự ta có $bc + 1 \geq b + c, ca + 1 \geq c + a$
Do đó $ab + bc + ca + 3 \geq 2(a + b + c) \Leftrightarrow a + b + c \leq \frac{9+3}{2} = 6$

Mà $P = a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - 18 \Rightarrow P \leq 36 - 18 = 18$. Dấu bằng xãy ra khi: $\left[\begin{array}{l} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1 \\ c = 4; a = b = 1 \end{array}\right.$ Vạy max$P = 18$ khi

$$\left[\begin{array}{l} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1. \\ c = 4; a = b = 1 \end{array}\right.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Đề Số 18

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2018 - 2019

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2 điểm). Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$, với $x\ge 0, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge \dfrac{x}{4}+5$.

Bài 2. (2 điểm). Giãi bải toản sau bàng cách lập phurơng trình hoạc hệ phurơng trình Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó theo đơn vị mét.

Bài 3. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}$.

2) Cho đường thẳng $d: y=(m+2)x+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh rằng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Tìm tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số nguyên.

Bài 4. (3.5 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kỳ trên tia đối của tia $AB(S$ khác $A)$. Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC,SD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ $AB(C,D$ là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

1) Chứng minh rằng năm điểm C,D,H,O,S thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và số đo $\widehat{CSD}$.

3) Đường thẳng đi qua A, song song với SC, cắt đường thẳng CD tại K. Chứng minh rằng tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4) Gọi E là trung điểm của đoạn BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 5. (0.5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$.

……………………………….HẾT……………………………………

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 18 : 2018-2019

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geqslant 0, x \neq 1$.

1 Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2 Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3 Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \geqslant \frac{x}{4} + 5$.

Lời giải.

1 Với $x = 9$ ta có $A = \frac{7}{2}$.

2 Với $x \geqslant 0, x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{3\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}-1}. \end{aligned}$$

3 Ta có $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x} + 4$.

$$\frac{A}{B} \geqslant \frac{x}{4} + 5 \Leftrightarrow x - 4\sqrt{x} + 4 \leqslant 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 2)^2 \leqslant 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật theo đơn vị mét.

Lời giải.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là $x, y (x \geqslant y > 0)$. Chu vi của mảnh đất là 28 mét nên $x + y = 14 \Leftrightarrow y = 14 - x$. Độ dài đường chéo của mảnh đất là 10 mét nên

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = 100 \quad & \Leftrightarrow x^2 + (14 - x)^2 = 100 \\ & \Leftrightarrow x = 8 \text{ hoặc } x = 6. \end{aligned}$$

Với $x = 8, y = 6$ (thỏa mãn).
Với $x = 6, y = 8$ (loại).
Vậy chiều dài của mảnh đất 8 mét, chiều rộng là 6 mét.
Câu 3.

1 Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases}$

2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = (m + 2)x + 3$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Lời giải.

1 Ta có

$$\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y + 2| = 4x - 3 \\ x + 2(4x - 3) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ |y + 2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \left[\begin{array}{l} y = -1 \\ y = -3 \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(1; -1)$ và $(1; -3)$.
2)
a) Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 = (m + 2)x + 3 \Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x - 3 = 0$$

Ta có $\Delta = (m + 2)^2 + 12 > 0$ với mọi m nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b) Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) thì x_1, x_2 là các hoành độ của các giao

điểm của (d) và (P). Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$. Không mất tổng quát giả sử $x_1 < x_2$, khi đó ta có các trường hợp.

- $x_1 = -3$ và $x_2 = 1 \Rightarrow m = -4$.
- $x_1 = -1$ và $x_2 = 3 \Rightarrow m = 0$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB(S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

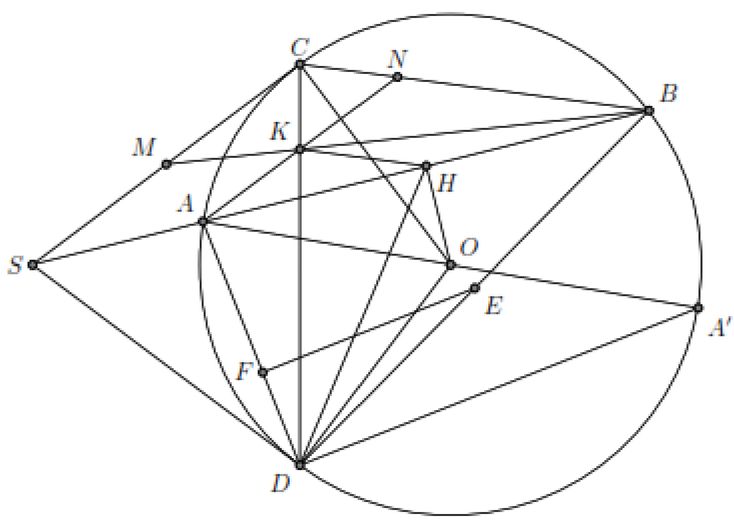
1 Chứng minh rằng năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2 Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\widehat{CSD}$.

3 Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đường thẳng CD tại K. Chứng minh rằng tứ giác $ADHK$ nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4 Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải.



1 Dễ thấy các góc $\widehat{SCO}, \widehat{SDO}, \widehat{SHO}$ vuông nên các điểm S, C, D, O, H thuộc đường tròn đường kính SO.

2 Ta có $SO^2 = SD^2 + DO^2 \Rightarrow SD^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$. Suy ra $SD = R\sqrt{3}$.
$\sin\widehat{DSO} = \frac{DO}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CSD} = 60^\circ$.

3 Ta có S, D, O, H cùng thuộc một đương tròn nên $SHOD$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{SOD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$ (1). Mặt khác $\widehat{AKD} = \widehat{SCD}$ (đồng vị) nên $\widehat{AKD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$(2). Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{AKD}$ suy ra tứ giác $ADHK$ nội tiếp.
Gọi M là giao điểm của BK và SC, N là giao điểm của AK, BC. Ta có $\widehat{KHA} = \widehat{CBS} \Rightarrow HK//BC$ mà H là trung điểm của AB nên K là trung điểm của AN. Suy ra $AK = KN$. Mặt khác $\frac{AK}{SM} = \frac{KN}{CM} \Rightarrow SM = CM$.

4 Ta có $\widehat{AOH} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{EDF} \Rightarrow \widehat{FED} = \widehat{HAO}; \widehat{BFE} = \frac{1}{2}\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{HAO}$. Suy ra $\widehat{BFD} = \frac{1}{2}\widehat{HAO} + 90°$. Cho nên $\widehat{BFA} = 180° - \frac{1}{2}\widehat{HAO} - 90° = 90° - \frac{1}{2}\widehat{HAO}$. Vậy F nhìn AB dưới một góc không đổi.

Câu 5. Tìm giá trị nhõ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $0 \leqslant x \leqslant 1$.

Ta có $x \geqslant 0$ và $1 - x \geqslant 0$ nên $\sqrt{1-x} + \sqrt{x} \geqslant \sqrt{1-x+x} = 1$, suy ra

$$P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x} \geqslant 1 + 1 = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2 khi $x = 0$.

……………………………..HẾT……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
HÀ NỘI	**NĂM HỌC 2019 - 2020**
Đề Số 19	Khóa ngày:
(Đề thi có 01 trang)	Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài I (2 điểm). Cho hai biểu thức $A = \dfrac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$, với $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Rút gon biều thức B

3) Tìm tât cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Bài II $(2,5$ điểm)

1) Giải bài toán sau bảng cách lập phurơng trình hoạc hệ phurơng trình

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hòi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc.

2) Một bồn nước inox có dạng hình trụ với chiều cao $1,75\text{m}$ và diện tích đáy là $0,32\text{m}^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước?

Bài III $(2,0$ diểm)

1) Giải phương trình $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

Bài IV $(3,0$ điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

3) Goì K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

Bài **V** $(0,5$ diểm). Cho $P = a^4 + b^4 - ab$, với a, b là các số thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức P.

…………………………….HẾT……………………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề Số 19(2019-2020)

Bài I *(2,0 điểm)*

1 Với $x=9$
Thay vào A ta có :

$$A=\frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}=\frac{4(\sqrt{9}+1)}{25-9}=\frac{4\cdot(3+1)}{16}=1$$

.

2 Rút gọn biểu thức B.
Với

$$x\geq 0 \quad ,x\neq 25,\text{ ta có } B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\left[\frac{15-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right]:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}.$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

$$B=\left[\frac{15-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right]:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$
$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$
$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$
$$B=\frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}.$$
$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biêuu thức $P=A\cdot B$ đạt giá giá trị nguyên lớn nhất.

Ta có $P=A\cdot B=\dfrac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{4}{25-x}$.

Để P nhận giá trị nguyên khi $x\in\mathbb{Z}$ thì $4\,\vdots\,(25-x)$ hay $25-x\in U_{(4)}=\{-4;-2;-1;1;2;4\}$.

Khi đó, ta có bảng giá trị sau:

$25-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	29	27	26	24	23	21
$P=A.B$	-1	-2	-4	4	2	1
Đánh giá	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Do P đạt giá trị nguyên lớn nhất nên ta có $P=4$. Khi đó giá trị cần tìm của x là $x=24$.

Bài II. (2,5 điểm)

1.*Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

- Gọi thời gian để đội thứ nhất và đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc lân lượt là x và $y(x>15, y>15)$, đơn vị (ngày).

Một ngày đội thứ nhất làm được $\dfrac{1}{x}$ (công việc).

Một ngày đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

- Vì hai đội cùng làm trong 15 ngày thì hoàn thành xong công việc. Như vậy trong một ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{15}$ (công việc). Suy ra, ta có phương trình : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}$

(1).

- Ba ngày đội đội thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (công việc).

- Năm ngày đội thứ hai làm được $\frac{5}{y}$ (công việc).

- Vì đội thứ nhất làm trong 3 ngày rồi dừng lại đội thứ hai làm tiếp trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành xong $25\%=\frac{1}{4}$ (công việc).

Suy ra, ta có phương trình : $\frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}$

(2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}\\ \frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{24}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{40}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=24\\ y=40\end{cases}$ (TMĐK).

- Vậy thời gian để đội thứ nhất làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 24 (ngày) và thời gian để đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 40 (ngày).

2) Số mét khối nước đựng được của bồn chính là thể tích của bồn chứa. Như vậy số mét khối đựng được của bồn sẽ là : $V=0,32.1,75=0,56\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Bài III(2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^4-7x^2-18=0(1)$

*- Cách 1:

Đặt $t=x^2(t\geq 0)(*)$

*Phương trình (1) trở thành : $t^2 - 7t - 18 = 0(2)$

Ta có : $\Delta = (-7)^2 - 4.1.(-18) = 121 = 11^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$

Suy ra:Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là:

$t_1 = \dfrac{7+11}{2} = 9(t/m)$ và $t_2 = \dfrac{7-11}{2} = -2(ktm)$

Thay $t = 9$ vào (*) ta có : $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Vậy nghiệm của phương trình là : $x = \pm 3$

- Cách 2:

  Ta có : $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

$$\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 9x^2 - 18 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x^2+2) - 9(x^2+2) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x^2+2)(x^2-9) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + 2 = 0(vôli) \\ x^2 - 9 = 0 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 9$$
$$\Leftrightarrow x = \pm 3$$

Vậy nghiệm của phương trình là : $x = \pm 3$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2mx + m^2 - 1(1)$

Để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$

Ta có : $\begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta' = (b')^2 - ac > 0\ \forall m \end{cases}$

Xét $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = m^2 - m^2 + 1 = 1 > 0, \forall m$

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1$ (2)

Ta có $x_1x_2 \neq 0 \Rightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 1$

Hai nghiệm của phương trình : $x_1 = m - 1; x_2 = m + 1$

Biến đổi biểu thức (2) ta có : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1 \Rightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{-2+x_1x_2}{x_1x_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = -2 + x_1x_2$

Thay $x_1 = m - 1; x_2 = m + 1$ vào biểu thức $x_1 + x_2 = -2 + x_1x_2$ ta có :

$$m-1+m+1=-2+(m-1)(m+1)\Rightarrow m^2-1-2=2m$$
$$\Leftrightarrow m^2-2m-3=0\Leftrightarrow (m-3)(m+1)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=0 \\ m+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1(L) \end{array}\right.$$

Kết Luận : Với $m=3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài IV(3 điểm)

1) Chứng minh bốn điểm B,C,E,F cùng thuộc một đường tròn.

Xét tứ giác $BCEF$ ta có :

$\widehat{BEC}=90°$(BE là đường cao)

$\widehat{BFC}=90°$(CF là đường cao)

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp (đỉnh E,F cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông).

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

Vẽ tiếp tuyến Ax như hình vẽ $\Rightarrow \widehat{BAF}=\widehat{ACB}$ (tính chất giưa đường tiếp tuyến và dây cung).

Do tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFE}=\widehat{ACB}$.

Ta suy ra $\widehat{BAF}=\widehat{AFE}\Rightarrow EF//Ax$ (do hai góc so le trong)

Lại có $Ax\perp OA\Rightarrow OA\perp EF$ (đpcm).

3) Chứng minh ΔAPE đồng dạng ΔABI

Ta có : $\widehat{AEB}=\widehat{ABI}\left(V\hat{A}\widehat{EB}+\widehat{EFC}=\widehat{ABI}+\widehat{EFC}=180°\right)$

Mặt khác $\widehat{APE}+\widehat{PAI}=90°$ (vì $AI\perp PE$)

$\widehat{AIB}+\widehat{PAI}=90°$(Vi $AH\perp BC$) $\Rightarrow \widehat{APE}=\widehat{AIB}$
Vậy $\Delta APE\sim\Delta ABI$

Chứng minh $KH//PI$
Gọi M là giao điểm của AO và EF, dung đường kính AS
Ta có $BE//CS$ cùng vuông góc AC
$BS//CF$ cùng vuông góc AB

$\Rightarrow BHCS$ là hình bình hành nên H, K, S thẳng hàng
Ta có $AE \cdot AC = AH \cdot AD$ và $AE \cdot AC = AM \cdot AS$
$\Rightarrow AH \cdot AD = AM \cdot AS \Rightarrow \dfrac{AH}{AS} = \dfrac{AM}{AD} \Rightarrow \triangle AHM \sim \triangle ASD \Rightarrow \widehat{AHM} = \widehat{\triangle ASD}$
$\Rightarrow HMSD$ Nội tiếp đường tròn
Kết hợp $PMID$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{PIM} = \widehat{PDM} = \widehat{HSM} \Rightarrow HS//PI.$

Bài V (0,5 điểm)

Ta có $a^2 + b^2 + ab = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3 - ab$ thay vào P ta được.

$$P = a^4 + b^4 - ab = (a^2+b^2)^2 - 2a^2b^2 - ab = (3-ab)^2 - 2a^2b^2 - ab = 9 - 6ab + a^2b^2 -$$
$$= 9 - 7ab - a^2b^2 = -\left[(ab)^2 + 2 \cdot ab \cdot \frac{7}{2} + \frac{49}{4}\right] + \frac{49}{4} + 9 = -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4}.$$

Vì $a^2 + b^2 = 3 - ab$, mà $(a+b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Rightarrow 3 - ab \geq -2ab \Leftrightarrow$
$ab \geq -3$
Và $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 3 - ab \geq 2ab \Leftrightarrow ab \leq 1. (2)$
Từ (1) và (2) suy ra $-3 \leq ab \leq 1 \Leftrightarrow -3 + \frac{7}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{7}{2} + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{9}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{81}{4} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} + \frac{85}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq -$$
$$\Leftrightarrow 1 \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq 21$$

Vậy Max $P = 21$. Dấu = xáy ra khi $\begin{cases} ab = -3 \\ a^2 + b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = -\sqrt{3} \end{cases}$ v $\begin{cases} b = \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} \end{cases}$.

Min $P = 1$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} ab = 1 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$.

……………………………………..HẾT……………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

Đề Số 20

(Đề thi có 01 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 - 2021

Khóa ngày:

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài I (2 điểm). Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+5}{x-1}$, với $x\ge 0; x\ne 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P=2A\cdot B+\sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II (2.5 điểm).

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường từ nhà An đên nhà Bình dài $3(km)$, buổi sáng An đi bộ từ nhà An tới nhà Bình. Buổi chiều cùng ngày An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An trên cùng quãng đường đó với vận tốc lớn hơn vận tốc đi bộ của An là $9(km/h)$. Tính vận tốc đi bộ của An, biết thời gian đi buổi chiều ít hơn thời gian đi buổi sáng là 45 phút (giả sử An đi bộ với vận tốc không đổi trên toàn bộ quãng đường đó)

2) Một quả bóng bàn có dạng một hình cầu có bán kính bằng $2(\text{cm})$. Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy π xấp xi 3, 14).

Bài III (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+\dfrac{3}{y-1}=5 \\ 4x-\dfrac{1}{y-1}=3 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d : $y=mx+4(m\neq 0)$.

a) Gọi A là giao điểm của đường thẳng d với trục Oy. Tìm tọa độ điểm A.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt trục Ox tại điểm B sao cho tam giác OAB là tam giác cân.

Bài IV (3 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và đường cao BE. Gọi H,K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến các đường thẳng AB và BC.

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp.

b) Chứng minh $BH\cdot BA=BK\cdot BC$.

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB và I là trung điểm EF. Chứng minh ba điểm H, I,K thẳng hàng.

Bài **V**$(0.5$ điểm). Giải phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{3x-2}=x^2+1$.

……………………………….HẾT……………………………………

Hướng dẫn giải

ĐỀ SỐ 20: 2020-2021

Bài I

1 Thay $x=4$ ta được $A=\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+2}=\frac{3}{4}$.

2 Ta có:

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+5}{x-1}=\frac{3(\sqrt{x}+1)-(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

.

3 Ta có:

$$P=2.AB+\sqrt{x}=2,\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\cdot\frac{2}{\sqrt{x}+1}+\sqrt{x}=\frac{4}{\sqrt{x}+2}+\sqrt{x}$$
$$=\left(\frac{4}{\sqrt{x}+2}+\sqrt{x}+2\right)-2.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy với hai số đương $\frac{4}{\sqrt{x}+2}$ vả $\sqrt{x}+2$ ta được:

$$\frac{4}{\sqrt{x}+2}+\sqrt{x}+2\geq 2\sqrt{\frac{4}{\sqrt{x}+2}\cdot(\sqrt{x}+2)}=4\Leftrightarrow P\geq 4-2\Leftrightarrow P\geq 2$$

.

Vậy giả trị nhō nhất của P lả 2 khi và chi khi:

$$\frac{4}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}+2\Leftrightarrow(\sqrt{x}+2)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+2=2\\ \sqrt{x}+2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0.$$

Bài II

1 Đổi 45 phút $=\frac{3}{4}$ giờ.

Gọi vận tở An đi bộ lả $x(\text{ km}/h)(x>0)$. Khỉ đó ta có:

Thời gian An đi bộ từ nhà An đến nhả Bình là $\frac{3}{x}$ (giờ)

Vận tốc đi xe đạp của An là: $x+9(\text{ km/h})$

Thời gian An đi xe đạp tử nhà Bình về nhà An là $\frac{3}{x+9}$ (giờ)

Theo đề bải ta có phương trình:

$$\frac{3}{x}-\frac{3}{x+9}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow x^2+9x-36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-12\end{array}\right.$$

So sánh với điều kiện ta được vận tốc đi bộ của An là 3 km/h.

2. Diện tich bề mặt của quả bóng là: $S=4\pi R^2=4.3,14.2^2=50{,}24(\text{ cm}^2)$

Bải III

1 Điều kiện $y\neq 1$

$$\begin{cases}2x+\frac{3}{y-1}=5\\ 4x-\frac{1}{y-1}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+\frac{3}{y-1}=5\\ 12x-\frac{3}{y-1}=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}14x=14\\ 4x-\frac{1}{y-1}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}\text{(Thỏa mãn)}$$

a) Vi A lả giao điểm của (d) vả trục Oy nên $A(0;b)$

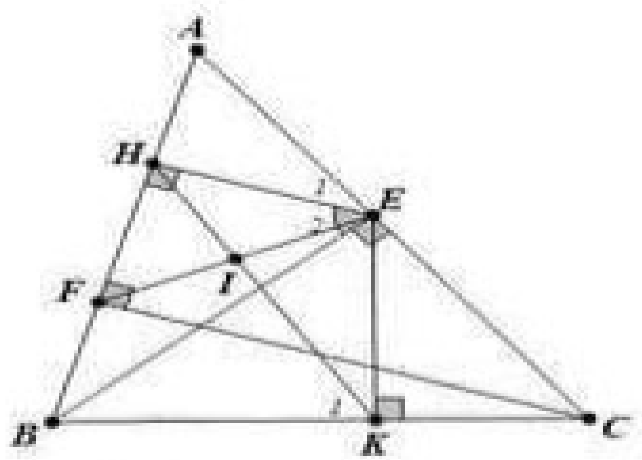
Ta có $A\in(d)\Rightarrow b=4\Rightarrow A(0;4)$

b) Phương trinh hoành độ giao điểm của (d) và trục Ox là

$$mx + 4 = 0 (m \neq 0) \Leftrightarrow x = -\frac{4}{m} \Rightarrow B\left(-\frac{4}{m}; 0\right)$$

Ta có $\triangle OAB$ cân tại $O \Rightarrow OA = OB \Leftrightarrow 4 = \left|-\frac{4}{m}\right| \Leftrightarrow m = \pm 1$
Vậy các giá trị cần tìm của m là ± 1.

Bài IV :



1 Tứ giác BHEK có $\widehat{H} = \widehat{K} = 90^0$ từ đây suy ra tứ giác BHEK nội tiếp.

2 Do tứ giác BHEK nội tiếp nên $\widehat{K}_1 = \widehat{HEB}$

Dễ thấy $\widehat{HEB} = \widehat{BAC}$ cùng phụ góc $\widehat{E_1}$

Xét tam giác BKH và tam giác BAC

- $\hat{B}$ chung
- $\widehat{K}_1 = \widehat{BAC}$ do cùng bằng $\widehat{HEB}$

Suy ra $\triangle BKH$ đồng dạng $\triangle BAC$. Từ đây suy ra điều phải chứng minh
3) Ta có $IE = IF = IH$ nên tam giác HIE cân tại I.
Suy ra$\angle \mathrm{HHE} = \angle \mathrm{IEH} = 90^\circ - \angle \mathrm{AFE} = 90^\circ - \angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{EBC} = \angle \mathrm{EHK}$
Do tam giác ABC là tam giác nhọn nên ta luôn có I, K luôn khác phía với A qua bờ HE.
Từ đây suy ra H, I, K thẳng hàng.

Bài V. Giải phurong trinh $\sqrt{x} + \sqrt{3x - 2} = x^2 + 1$
ĐK: $x \geq \frac{2}{3}$,

- Áp dung BDT Cô $-$ si cho 2 sổ thực dương x và 1 , ta được
$$\sqrt{x \cdot 1} \leq \frac{x+1}{2}$$
- Áp dủng BĐT CÓ - si cho 2 sổ thực dương $3x-2$ và 1 , ta được
$$\sqrt{3x-2} = \sqrt{1.(3x-2)} \leq \frac{1+3x-2}{2} = \frac{3x-1}{2}$$
$$\Rightarrow VT \leq \frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{2} = 2x$$
(1)
$+$ App dụng BĐT Cö - si cho 2 Tử (1) vả (2), suy ra $VT \leq VP$
Dẩu "=n xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3x-2=1 \Leftrightarrow x=1 \\ x=1 \end{cases}$
Vâyy nghiệm cúa phương trình là $x=1$.

……………………………………..….HẾT…………………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 1 trang)

ĐỀ SỐ 21

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021-2022

Khóa Ngày : 13/6/2021

Đề thi môn: **TOÁN**

Ngày thi : 18/7/2021

Thời gian làm bài : *90 phút,không kể thời gian phát đề*

Bài I (2,0 diểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+9}{x-9}$ vói $x\geq 0, x\neq 9$.

1 Tinh giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2 Chứng minh

$$A+B=\frac{3}{\sqrt{x+3}}$$

Bài II (2,5 diểm)

1 Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoăc hệ phương trình :
Một tổ sản xuất phải làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tồ đó đã làm được nhiều hơn 100 bộ đồ bảo hộ y tế so với số bộ đồ bảo hiểm y tế phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế 8 ngày trước khi hét thời hạn, tồ sản xuất đã làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế đó. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiéu bộ đồ bảo hộ y tế? (Giả định rằng só bộ đồ bảo hộ y tế mà tổ đó làm xong trong mỗi ngày là bằng nhau.)

2 Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao $1{,}6m$ và bán kính đáy 0,5 m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tỉnh diện tích bề mặt được son của thùng nước (lấy $\pi\approx 3{,}14$).

Bài III (2,0 điểm)

1 Giải hề phương trinh $\begin{cases}\frac{3}{6x+1}-2y=-1\\ \frac{5}{2x+1}+3y=11\end{cases}$.

2 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2x+m-2$. Tìm tất cả giá trị của m để (d) cát (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1-x_2|=2$.

Bài IV (3,0 diểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CA. Từ điểm B ké tiếp tuyến BM với đường tròn $(C;CA)$ (M là tiếp điểm, M và A nằm khác phía đối với đường thẳng BC).

1 Chứng minh bốn điểm A, C, M và B cùng thuộc một đường tròn.

2 Láy điểm N thuộc đoạn thẳng AB (N khác A, N khác B). Lấy điểm P thuộc tia đối của tia MB sao cho $MP=AN$. Chứng minh tam giác CPN là tam giác cân và đường thẳng AM đi qua trung điểm của đoạn thẳng NP.

Bài V(0,5 điểm)
Với các số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3(a+b) + ab.$$

……………………………………**Hết**……………………………………………………..

Hướng dẫn giải

Bài 1 :

a) Rõ ràng $x = 16$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Do đó, với $x = 16$, ta có

$$A = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16}+3} = \frac{4}{7}$$

b) Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$, ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 3x - 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{-x + 6\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{-(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra

$$A + B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

Bài 3 :

Lời giải.

a) Điều kiện: $x \neq -1$. Từ hệ phương trình, ta có

$$3\left(\frac{3}{x+1} - 2y\right) + 2\left(\frac{5}{x+1} + 3y\right) = 19,$$

hay

$$\frac{19}{x+1} = 19.$$

Từ đây, ta có $x = 0$ (thỏa mãn). Thay vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được $y = 2$.
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = (0,2)$.
b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(\mathcal{P})$ và (d) :

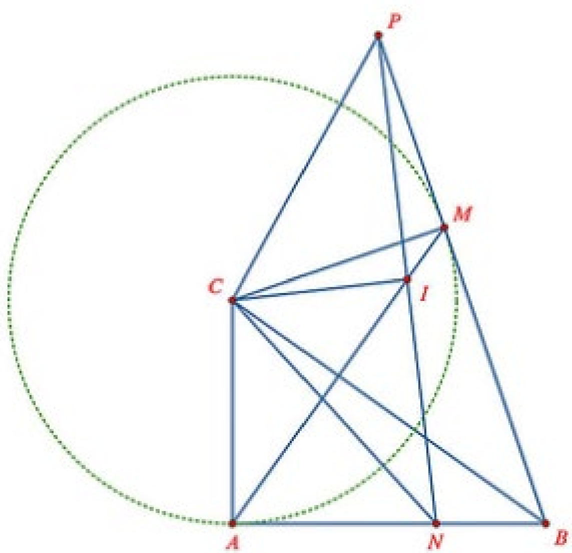
$$x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0.$$

Để $(\mathcal{P})$ cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2, tức $\Delta' > 0$. Điều này tương đương với $1 - (-m + 2) > 0$, hay $m > 1$. Lúc này, theo định lý Vieta, ta có $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1 x_2 = -m + 2$. Do đó

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4 - 4(-m + 2) = 4(m - 1).$$

Suy ra, để $|x_1 - x_2| = 2$ thì ta phải có $4(m - 1) = 4$, tức $m = 2$ (thỏa mãn $m > 1$).
Vậy, có duy nhất một giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m = 2$.

Bài 4:



Lời giải.

a)Vì $\widehat{BAC} = 90^0$ nên điểm A thuộc đường tròn đường kính BC. Lại có $\widehat{BMC} = 90^0$ (do BM là tiếp tuyến của đường tròn (C)) nên M thuộc đường tròn đường kính BC. Từ đây, ta suy ra bốn điểm A, C, M, B cùng thuộc đường tròn đường kính BC.
b) Do $\widehat{NAC} = 90^0$ và $N \in AB$ nên $\widehat{NAC} = 90^0$. Tương tự, ta có $\widehat{BMC} = 90^0$ và

$\widehat{BMC} + \widehat{CMP} = 90^0$ nên $\widehat{NAC} = \widehat{PMC} = 90^0$.

Xét hai tam giác NAC và PMC, ta có $\widehat{NAC} = \widehat{PMC} = 90^0$

(đều là bán kính của đường tròn (C)) và $AN = MP$ (giả thiết) nên hai tam giác này bằng nhau (c − g − c). Từ đó $CN = CP$ (hai cạnh tương ứng). Kết quả này chứng tỏ tam giác CPN cân tại đỉnh C.

Gọi I là trung điểm của đoạn NP. Khi đó, ta có $\widehat{CIP} = \widehat{CIN} = 90^0$ (tính chất tam giác cân). Vì $\widehat{CIP} = \widehat{CMP} = 90^0$ nên bốn điểm C, I, M, P cùng thuộc đường tròn đường kính CP. Từ đó $\widehat{MIP} = \widehat{MCP}$.

Bài V :

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $ab = \frac{(a+b)^2-a^2-b^2}{2} = \frac{(a+b)^2-2}{2}$. Do đó

$$P = 3(a + b) + 16$$

$$\frac{(a+b)^2 - 2}{2} = \frac{(a+b)^2 + 6(a+b) - 2}{2} = \frac{(a+b+3)^2 - 11}{2}.$$

Mặt khác, ta lại có $(a + b)^2 \leq (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2) = 4$, suy ra $-2 \leq a + b \leq 2$. Tự đó, ta có $1 \leq a + b + 3 \leq 5$. Như vậy, ta có

$$P \geq \frac{1^2 - 11}{2} = -5.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = -1$. Vậy Min P = -5 .

……………………………………**Hết**…………………………………………………..