

Trường THCS Văn Quán

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ I TOÁN 9
Năm học: 2019- 2020

I. Kiến thức cần nhớ

Chương I. Căn bậc hai

1. Định nghĩa căn bậc hai, định nghĩa căn bậc hai số học.
2. Định lí so sánh các căn bậc hai.
3. Điều kiện để \sqrt{A} có nghĩa, Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.
4. Liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương
5. Liên hệ giữa phép chia và phép khai phương.
6. Các phép biến đổi đơn giản căn bậc hai:
 - a) Đưa 1 thừa số ra ngoài dấu căn.
 - b) Đưa 1 thừa số vào trong dấu căn.
 - c) Khử mẫu của biểu thức lấy căn.
 - d) Trục căn thức ở mẫu.

Chương II. Hàm số bậc nhất

1. Định nghĩa, tính chất và đồ thị hàm số bậc nhất.
2. Điểm thuộc, không thuộc đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$
3. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng.
4. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$.

Chương I. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

1. Hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông.
2. Định nghĩa tỉ số lượng giác.
3. Một số tính chất của các tỉ số lượng giác.
4. Hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông.

Chương II. Đường tròn

1. Các định nghĩa
 - a) Định nghĩa đường tròn.
 - b) Định nghĩa tiếp tuyến của đường tròn.
3. Các định lí
 - + ĐL bài 3/sgk/tr.100.
 - + ĐL về tính chất đối xứng của đường tròn.
 - + ĐL so sánh độ dài dây và đường kính.
 - + ĐL quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây.
 - + ĐL liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây.
 - + Tính chất và dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến.
 - + Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau.
 - + Tính chất đường nối tâm

II. Bài tập áp dụng

Dạng 1. Rút gọn biểu thức

Bài 1. Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A = 2\sqrt{27} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \frac{4}{\sqrt{3}+1}$

3) $C = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (2+\sqrt{3})$

ĐẠI SỐ

2) $B = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15}$

4) $D = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$

$$5) E = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$7) G = 7 + \sqrt{2} - \sqrt{51 + 14\sqrt{2}}$$

$$9) I = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

$$11) N = \frac{2\sqrt{15}}{5} \cdot \left(\sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3}} + \sqrt{\frac{9 - 4\sqrt{5}}{3}} \right)$$

$$13) P = 4\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{125} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$15) K = \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} - \frac{6}{\sqrt{7} - 1} + \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$17) Q = \frac{5}{\sqrt{11} - \sqrt{6}} - \frac{2}{\sqrt{6} - 2} + \frac{11 - \sqrt{11}}{1 - \sqrt{11}}$$

$$19) S = 3\sqrt{20} - 20\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{4}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$6) F = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} - \frac{3\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5} + 3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$8) H = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{6}{\sqrt{3} + 3}$$

$$10) M = \sqrt{\frac{2}{2 - \sqrt{3}}} - \sqrt{\frac{2}{2 + \sqrt{3}}}$$

$$12) L = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{1 + \sqrt{7}} - 1} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{1 + \sqrt{7}} + 1}$$

$$14) * O = (\sqrt{10} - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}}$$

$$16) * J = \sqrt{6 + 2\sqrt{8\sqrt{2} - 9}} - \sqrt{7 - \sqrt{2}}$$

$$18) * R = \sqrt{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{\sqrt{2} + 1} - \sqrt{2\sqrt{2} + 2}$$

$$20. \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$$

$$21. \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

1)

$$A = \frac{u - v}{\sqrt{u} - \sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3} + \sqrt{v^3}}{u - v} \quad (u \geq 0; v \geq 0; u \neq v)$$

$$2) B = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} \left(u, v \neq 0; u \neq \frac{4}{9}v \right)$$

$$3) C = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + \sqrt{2}}{x^2 - 2} \quad (x \neq \pm\sqrt{2})$$

$$4) D = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}} \quad (x \neq 0)$$

$$5) E = \frac{1}{3}\sqrt{9 + 6v + v^2} + \frac{4v}{3} + 5 \quad (v \leq -3)$$

$$6) F = \frac{\sqrt{a} + 1}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a}} \cdot (a^2 - \sqrt{a}) \quad (a > 0)$$

$$7) G = \sqrt{a^2 + 6a + 9} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \quad (-3 < a < 3)$$

$$8) H = \sqrt{a + 2\sqrt{a - 1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a - 1}} \text{ với } (1 \leq a \leq 2)$$

$$9) I = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{xy} + y} \quad (x, y \neq 0)$$

$$10) J = \frac{3\sqrt{a} - 2a - 1}{4a - 4\sqrt{a} + 1} \quad (a \geq 0; a \neq 4)$$

$$11) K = \frac{a + 4\sqrt{a} + 4}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - a}{\sqrt{a} - 2} \quad (a \geq 0; a \neq 4)$$

Dạng 2. Rút gọn và những bài toán liên quan

Bài 1. Cho biểu thức:

$$M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn M
- b) Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 11 - 6\sqrt{2}$
- c) Tìm $x \in R$ để $M = -3$
- d) Tìm $x \in R$ để $M < 1$
- e) Tìm $x \in Z$ để $M \in Z$

Bài 3. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4} \right) : \frac{x\sqrt{x}}{(4-x)^2}$$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn A.
- b) Tính giá trị của A biết $x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+1}$.
- c) Tìm x để $A \geq \frac{1}{4}$.

Bài 5. a) Cho biểu thức

$$A = \frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1. \text{ Tìm x}$$

để $A = \frac{1}{2}$.

b) Đặt $P = A : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$. Tìm x để $P < 0$.

c) Cho biết $M = \frac{x+12}{(\sqrt{x}-1)P}$.

của M.

Bài 7.

$$P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$$

- a) Tìm đkxđ và rút gọn biểu thức P.
- b) Tìm các giá trị của x thỏa mãn: $P < \frac{1}{2}$.

Bài 2. Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9} \right) : \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25}$$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn P.
- b) Với $x \neq 0$ so sánh P với 1.
- c) Tìm GTNN của biểu thức P.

Bài 4. Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \frac{5}{1-\sqrt{x}} + \frac{4}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn biểu thức P.
- b) Tính giá trị của P với $x = \frac{1}{2}(\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}})$.
- c) Tìm các số hữu tỉ x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 6. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{x+1}{2} - \sqrt{x} \right)$$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn biểu thức A.
- b) Tìm x để biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{6}$.
- c) Tìm m để phương trình $A = m$ có nghiệm.

Bài 8. Cho biểu thức

$$P = \left(1 - \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} \right) : \left(\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

- a) Tìm đkxđ và rút gọn biểu thức P.
- b) Tìm x để $P > 0$.
- c) Với $x > 4; x \neq 9$ tìm GTLN của $P.(x+1)$

c) Tìm GTNN của biểu thức P.

Bài 9. Cho biểu thức

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$$

a) Tìm đkxđ và rút gọn M

b) Tìm k để phương trình $M = k$ có nghiệm.

Bài 10. Cho 2 biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \text{ và } B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \text{ với}$$

$$x \geq 0; x \neq 1$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh: $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Dạng 2. Hàm số bậc nhất

Bài 1. Cho 2 đường thẳng: $(d_1): y = 2x; (d_2): y = -x + 3$

a) Vẽ $(d_1); (d_2)$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

c) Gọi A là giao của (d_2) với trục tung, B là giao điểm của (d_1) và (d_2) . Tính chu vi và diện tích tam giác ABO?

Bài 2. Cho các đường thẳng $(d_1): y = -3x + 5; (d_2): y = x + 3$.

a) Vẽ $(d_1); (d_2)$ trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2) bằng đồ thị và phép toán.

c) Tính góc tạo bởi đường thẳng (d_2) với trục Ox.

d) Gọi B, C lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục Ox. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.

e) Tính các góc của tam giác ABC?

Bài 3. Cho 3 đường thẳng $(d_1): y = 3x, (d_2): y = \frac{1}{3}x, (d_3): y = -x + 4$.

a) Vẽ $(d_1); (d_2); (d_3)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d_3) với (d_1) và (d_2) ; Tìm tọa độ của A và B.

c) Chứng minh tam giác OAB cân.

d) Tính các góc trong tam giác OAB(làm tròn đến độ).

Bài 4. Cho 2 đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ: $(d): y = -x; (d'): y = x + 2$

a) Vẽ $(d); (d')$.

b) Viết phương trình đường thẳng (D) song song với (d) và cắt (d') tại điểm có hoành độ bằng 1.

Bài 5. Cho hàm số $y = mx - 2m + 1$ có đồ thị (d) và điểm $A(2;1)$

- a) Vẽ (d) khi $m=1$.
 b) Viết phương trình đường thẳng OA.
 c) Cmr: Điểm $A \in (d)$
 d) Tìm m để khoảng cách từ O đến (d) lớn nhất.

Bài 6. Xác định phương trình đường thẳng (d) trong các trường hợp sau:

- a) (d) đi qua $A(4;5)$ và có hệ số góc bằng -1 .
 b) (d) đi qua $B(-2;0)$ và cắt đường $(d_1): y = 4x - 1$ tại điểm nằm trên trục tung.
 c) (d) vuông góc với đường thẳng $(d_2): y = -\frac{x}{2} - 1$ và đi qua giao điểm của 2 đường thẳng $(d_3): y = 3x + 4$ và $(d_4): y = x - 2$.

Bài 7. Cho 3 đường thẳng $(d_1): y = x + 2$, $(d_2): y = 2x + 1$, $(d_3): y = (m^2 + 1)x + m$
 Tìm m để ba đường thẳng cắt nhau tại một điểm.

Bài 8. Cho đường thẳng $(d): y = (3m - 2)x + m - 2$ với m là tham số.

- a) Tìm các giá trị của m để (d) cùng với 2 đường thẳng $(d_1): y = x + \frac{2}{3}$ và $(d_2): y = x$ đồng quy.
 b) Tìm m để (d) song song với đường thẳng $(d_3): y = 2x + 1$.
 c) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) lớn nhất.
 d) Tìm m để (d) cắt trục Ox và trục Oy tại 2 điểm A, B sao cho $S_{OAB} = \frac{1}{2}$.

Bài 9. Cho đường thẳng $(d): y = (m - 2)x + 2 - m$

- a) Tìm m để đường thẳng (d) và cùng với 2 đường thẳng $(d_1): y = x + 2$ và $(d_2): y = 4 - 3x$ đồng quy.
 b) Tìm m để (d) vuông góc với đường thẳng $(d_3): x - 3y - 1 = 0$.
 c) Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua với mọi m .
 d) Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) .

Bài 10. Viết phương trình đường thẳng (d) , biết rằng:

- a) (d) cắt $(d_1): y = -2x - 3$ tại 1 điểm thuộc trục hoành và cắt đường thẳng $(d_2): y = x - 4$ tại một điểm thuộc trục tung.
 b) (d) đi qua điểm $A\left(\frac{1}{4}; -2\right)$ và song song với đường thẳng $(d_3): 2x + y = 0$.
 c) (d) đi qua điểm $B\left(\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$ và tạo với trục hoành một góc 30° .

Dạng 3. Phương trình vô tỉ

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$ b) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1+x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1-x}} + 2 = 0$ c) $\sqrt{x^2+6x+9} = 3x-6$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$ b) $\sqrt{x-1} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2}$ c) $3 + \sqrt{2x-3} = x$
 d) $3x^2 + 21x + 18 + 2\sqrt{x^2 + 7x + 7} = 2$ e) $\sqrt{x-1} - 4\sqrt{x^2-1} = 0$ f) $\sqrt{x^2-9} - 3\sqrt{x+3} = 0$

Dạng 4. Cực trị đại số

Bài 1. Cho x,y thỏa mãn: $\sqrt{x+2} - y^3 = \sqrt{y+2} - x^3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^2 + 2xy - 2y^2 + 2y + 10$.

Bài 2. Cho 2 số thực x,y thỏa mãn : $(x + \sqrt{x^2 + 2018})(y + \sqrt{y^2 + 2018}) = 2018$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $M = 9x^4 + 7y^4 - 12x^2 + 4y^2 + 5$

Bài 3. Cho các số thực x,y không âm và thỏa mãn điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{x(29x+3y)} + \sqrt{y(29y+3x)}$.

Bài 4. Cho $x, y, z \geq 0$ và $4x + 2y + 2z - 4\sqrt{xy} - 4\sqrt{xz} + 2\sqrt{yz} - 10\sqrt{z} - 6\sqrt{y} + 34 = 0$

Tính giá trị của biểu thức : $M = (x-15)^4 + (y-8)^6 + (z-24)^{2016}$.

Bài 5. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x^2+7x+2x} = 35$

Bài 6. Cho hai số thực x,y thỏa mãn : $x > 1 ; y > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1}$$

Bài 7. Cho x,y là hai số thực thỏa mãn : $0 < x \leq 2; 4 \leq y < 5$ và $x + y = 6$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức : $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 8. Cho $1 < x < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$S = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2-x)^2} + \frac{1}{(x-1)(2-x)}$$

Bài 9. Cho $0 < x < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = \frac{x}{1-x} + \frac{4}{x}$.

Bài 10. Cho $a > 0; b > 0$ và $a^2 + b^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$S = ab + 2(a+b).$$

HÌNH HỌC

Bài 1. Cho $(O; 3\text{cm})$ và A là điểm cố định thuộc đường tròn. Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tại A. Trên d lấy điểm M ($M \neq A$). Kẻ dây cung AB vuông góc với OM tại H.

a) Tính độ dài OM và AB khi $OH = 2\text{cm}$.

b) Chứng minh: ΔMBA cân và MB là tiếp tuyến của (O) .

c) Kẻ đường kính AD, đoạn thẳng DM cắt đường tròn tại E. Chứng minh rằng:

$$MA^2 = MH.MO = ME.MD. \text{ Từ đó suy ra: } \widehat{EHM} = \widehat{ODM}.$$

d) Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng d sao cho S_{HOA} lớn nhất.

Bài 2. Cho $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh: 3 điểm A, H, O thẳng hàng và các điểm A, B, C, O cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Kẻ đường kính BD của (O) . Vẽ CK vuông góc với BD. Chứng minh:

$$AC.CD = CK.AO.$$

c) Tia AO cắt (O) tại M (M nằm giữa A và O). Chứng minh: M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d) Gọi I là giao điểm của AD và CK. Chứng minh rằng: I là trung điểm của CK.

Bài 3. Cho (O) đường kính $AB = 2R$ và dây AC không qua tâm O. Gọi H là trung điểm của AC.

a) Tính số đo của \widehat{ACB} và chứng minh: $OH \parallel BC$.

b) Tiếp tuyến tại C của (O) cắt OH tại M. Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của (O) tại A.

c) Vẽ CK vuông góc với AB tại K. Gọi I là trung điểm của CK và đặt $\widehat{CAB} = \alpha$. Chứng minh rằng: $IK = R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

d) Chứng minh 3 điểm M, I, B thẳng hàng.

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, đường thẳng d là tiếp tuyến với (O) tại A. Trên d lấy điểm M, đường thẳng MB cắt (O) tại C. Tiếp tuyến tại C cắt d tại I. chứng minh rằng:

a) 4 điểm: O, A, I, C cùng thuộc một đường tròn.

b) I là trung điểm của AM.

$$c) MB.MC = OM^2 - \frac{AB^2}{4}.$$

d) Khi M di động trên d, trọng tâm G của ΔAOC thuộc đường cố định nào?

Bài 5. Cho AB và CD là 2 đường kính vuông góc của $(O; R)$. Trên tia đối của tia CO lấy điểm S, SA cắt (O) tại M. Tiếp tuyến tại M với (O) cắt CD tại E, BM cắt CD tại F.

a) Chứng minh: $EM.AM = MF.OA$.

- b) Chứng minh: $ES = EM = EF$
 c) Gọi I là giao điểm của SB với (O) . Chứng minh: A, I, F thẳng hàng.
 d) Cho $EM = R$, tính $FA.SM$ theo R.
 e) Kẻ $MH \perp AB$. Xác định vị trí của điểm M để ΔMHO có diện tích đạt GTLN.

Bài 6. Cho $(O; R)$, đường kính AB, dây cung BC= R.

- a) Giải tam giác ABC.
 b) Đường thẳng qua O vuông góc với AC cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) ở D.
 Chứng minh: OD là đường trung trực của đoạn AC.
 c) Chứng minh: DC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
 d) Đường thẳng OD cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh: I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADC.

Bài 7. Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB và điểm M trên đường tròn(M khác A và B). Tiếp tuyến tại A và B của (O) cắt tiếp tuyến tại M theo thứ tự ở C và D.

- a) Chứng minh: ACDB là hình thang vuông.
 b) Chứng minh: $OD // AM$
 c) AM cắt OC tại E và BM cắt OD tại F. Chứng minh: $OE.OC = OF.OD$.
 d) Cho $\widehat{MAB} = 60^0$. Tính S_{OMDB} theo R.

Bài 8. Cho (O) đường kính CD= 2R, M là điểm thuộc (O) sao cho $MC < MD$. Gọi K là trung điểm của CM, tia OK cắt tiếp tuyến Cx tại A.

- a) Chứng minh: $OA // MD$; MA là tiếp tuyến của (O) .
 b) Gọi B là giao điểm của AM và tiếp tuyến Dy của (O) ; H là giao điểm của OB và MD. Khi M thay đổi, chứng minh rằng : $KO.KA + HO.HB$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.
 c) Giả sử CM =R, đường thẳng AB cắt CD tại S. Kẻ $CE \perp AB$ tại E. Chứng minh : $AE.SM = AM.SE$.
 d) Khi M thay đổi, chứng minh giao điểm của AD và CB luôn thuộc 1 đường cố định.

Bài 9. Cho $(O; R)$ đường kính AB. Qua A, B vẽ lần lượt 2 tiếp tuyến d và d' với (O) .

Một đường thẳng qua O cắt d ở M và cắt d' ở P. Từ O vẽ một tia vuông góc với MP và cắt d' ở N.

- a) Chứng minh: $OM=OP$ và ΔNMP cân.
 b) Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên MN. Chứng minh: $OI= R$ và MN là tiếp tuyến của (O) .
 c) Chứng minh: $AM.BN = R^2$.
 d) Tìm vị trí của điểm M để tứ giác AMNB có diện tích đạt GTNN.

Bài 10. Cho $(O; R)$ và đường thẳng d không có điểm chung sao cho khoảng cách từ O đến d không quá 2R. Qua điểm M trên d vẽ các tiếp tuyến MA, MB tới (O) với A, B là các

tiếp điểm. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Vẽ dây AB cắt OH tại K và cắt OM tại I. Tia OM cắt (O) tại E.

a) Chứng minh: $OM \perp AB$ và $OI \cdot OM = R^2$.

b) $OK \cdot OH = OI \cdot OM$.

c) Tìm vị trí của điểm M trên d để OAEB là hình thoi.

d) Khi M di chuyển trên d, chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 11. Cho $(O; R)$ và điểm B nằm trên (O) . Từ điểm A bất kỳ nằm trên tiếp tuyến d tại B với đường tròn (O) , kẻ BH vuông góc với AO tại H.

a) Khi A di chuyển trên d, chứng minh tích: $OH \cdot OA$ có giá trị không đổi.

b) Gọi C là điểm đối xứng của B qua H. Chứng minh: AC là tiếp tuyến của (O) .

c) Tia đối của tia OA cắt (O) tại M. Chứng minh: M là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của tam giác ABC.

d) Với điểm I di chuyển trên BC, qua A vẽ đường thẳng vuông góc với OI tại D. Tìm vị trí của điểm I trên BC để $(3OI + OD)$ đạt GTNN.

Bài 2. Cho biểu thức:

$$P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{3+\sqrt{x}}$$

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn P.

b) Tìm x để $P = \frac{1}{2}$.

c) Tìm x để P nhận giá trị nguyên. **Bài 4.** Cho biểu thức:

$$Q = \frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$$

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn Q

b) Tính giá trị của bt Q khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

c) Tìm x để $Q = 3$

d) Tìm x để $Q > 1$

e) Tìm $x \in Z$ để $Q \in Z$

Bài 6. Cho biểu thức:

$$N = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$$

a) Tìm đkxđ và rút gọn biểu thức N.

b) Tìm GTNN của biểu thức N.

c) Tìm x để biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}}{N}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$

a) Tìm đkxđ và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để biểu thức $P = \frac{1}{3}$.

c) Tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

d) Tìm GTNN của biểu thức P.

Bài 9. Cho biểu thức: $P = \frac{x + 2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3} : \left(\frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}} \right)$

a) Tìm đkxđ và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm GTNN của biểu thức P

Bài 10. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x - 5\sqrt{x}}{x - 25} - 1 \right) : \left(\frac{25 - x}{x + 2\sqrt{x} - 15} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 5} - \frac{\sqrt{x} - 5}{3 - \sqrt{x}} \right)$

a) Tìm đkxđ và rút gọn A

b) c/m: $A < 2$ với $x \in \text{đkxđ}$

c) Tìm x để $A \in \mathbb{Z}$